



**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO *STRICTO SENSU*
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS**

LUCAS EMANUEL PEREIRA

**CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O
DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO
ENSINO MÉDIO**

ANÁPOLIS

2023

**CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O
DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO
ENSINO MÉDIO**

LUCAS EMANUEL PEREIRA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu - Nível Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, da Universidade Estadual de Goiás (UEG), para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Barcelos de Souza

ANÁPOLIS

2023

EP436
cc

Emanuel Pereira, Lucas

Contribuições da Modelagem Matemática para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas no Ensino Médio. / Lucas Emanuel Pereira; orientador Roberto Barcelos de Souza. -- Anápolis, 2023.

192 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) -- Câmpus Central - Sede: Anápolis - CET, Universidade Estadual de Goiás, 2023.

1. Educação Matemática. 2. Modelagem Matemática. 3. Ensino-Aprendizagem. I. Barcelos de Souza, Roberto, orient. II. Título.



**Programa de Pós-Graduação stricto sensu - Mestrado Profissional em
Ensino de Ciências**

LUCAS EMANUEL PEREIRA

**CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O
DESENVOLVIMENTO DE HABILIDADES DE RESOLUÇÃO DE
PROBLEMAS NO ENSINO MÉDIO**

Dissertação defendida no Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* – Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Universidade Estadual de Goiás, e Produto Educacional “**INICIAÇÃO À MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**”, para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências, aprovada em 06 de novembro de 2023 pela banca examinadora constituída pelos seguintes professores:

Documento assinado digitalmente



ROBERTO BARCELOS SOUZA
Data: 13/11/2023 20:49:02-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Roberto Barcelos Souza
Presidente
Universidade Estadual de Goiás (UEG)

Documento assinado digitalmente



MIRLEY LUCIENE DOS SANTOS
Data: 20/11/2023 09:04:53-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Mirley Luciene dos Santos
Membro Interno
Universidade Estadual de Goiás (UEG)

Documento assinado digitalmente



ADELINO CANDIDO PIMENTA
Data: 20/11/2023 15:09:55-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Adelino Cândido Pimenta
Membro Externo
Instituto Federal de Goiás (IFG)

Dedico este trabalho a minha mãe, pela sólida educação, apoio e estímulo. A minha irmã, pela ajuda de sempre nas horas difíceis. Aos meus avós pelo apoio e consideração. A meus amigos, colegas e meu orientador, pela convivência, pelos desafios em conjunto, o trabalho de equipe. Enfim a todos que participaram neste empreendimento que foi minha formação no Ensino Superior.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de declarar minha gratidão a Deus, Inteligência Suprema do Universo, por conferir-me a vida, e toda sorte de amigos, familiares e oportunidades que ela carrega.

Meu obrigado a minha mãe e irmã, pelo estímulo sincero, apoio oportuno. Obrigado por sempre estarem ao meu lado, tomando minhas dificuldades como sendo vossas e continuamente apoiando-me de modo a poder vencê-las, acima de tudo mostrando-me que o nosso objetivo maior é seguir e fazer a vontade de Deus.

Meu reconhecimento aos meus amigos e colegas de turma, de uma maneira carinhosa a todos que caminharam juntos durante este período, pois cada um teve sua contribuição para chegarmos até aqui. São personagens da minha história de vida, que nunca serão esquecidos.

Gratidão ao Mestrado Profissional em Ensino de Ciência, pela liberdade de seguir com meu projeto de pesquisa.

Grato enfim, a todos os mestres pelas contribuições inestimáveis, pela doação na prática docente, pela relevância que tiveram em nossa formação, acadêmica e profissional, quanto social. Em particular, um agradecimento e tributo ao nosso valoroso e honrado professor Roberto Barcelos, do campo matemático, pela dedicação e profissionalismo, atenção e paciência as nossas dificuldades naturais na concretização deste trabalho, a lucidez com que nos orientou em relação a projetos futuros.

Aos queridos alunos que aceitaram o desafio de participar de atividades exigentes desafiantes na Modelagem Matemática. Grata à direção e coordenação pedagógica da Escola Estadual que implementei o projeto em Anápolis-GO, por tão prontamente contribuíram para realização da coleta de dados e sempre dispostos a colaborarem com todas as etapas da pesquisa.

*Sapere aude, incipe!*¹

Quintus Horatius Flaccus (65-8 a.C.).

¹ **Ouse saber, comece!** – Epígrafe reivindicada por Kant como lema do período do Iluminismo (Kant, 1985).

RESUMO

A presente pesquisa investigou a contribuição da Modelagem Matemática (MM) para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas no Ensino Médio. Conduzida em uma escola pública em Anápolis-GO, utilizando uma abordagem qualitativa, a investigação foi motivada pelo persistente desempenho insatisfatório dos estudantes brasileiros em avaliações externas de matemática. Diante desse cenário desafiador, a MM emerge como uma abordagem promissora para o ensino da Matemática, promovendo o desenvolvimento de habilidades cruciais para a formação cidadã, especialmente as relacionadas à resolução de problemas. O objetivo central da pesquisa consistiu em examinar de que maneira a MM influencia habilidades específicas, tais como a identificação de problemas, a formulação ou manipulação de modelos, a execução de procedimentos matemáticos e a avaliação de soluções. A pesquisa envolveu a aplicação de atividades de MM junto a alunos do terceiro ano do Ensino Médio, cujos resultados foram avaliados por meio de questionários e entrevistas. Os achados destacaram as contribuições da MM no desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas, na compreensão aprimorada de situações-problemas do mundo real, na capacidade de identificação e formulação de modelos matemáticos, na elaboração de estratégias para solucionar problemas e na avaliação da validade das soluções por meio da aplicação de conceitos matemáticos. Adicionalmente, os resultados evidenciaram a influência positiva da MM na motivação dos estudantes para se engajarem nos estudos de Matemática, na promoção do pensamento crítico e na facilitação da compreensão de conceitos matemáticos. Diante dessas constatações, a MM emerge como uma estratégia eficaz para o ensino de Matemática no Ensino Médio.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Ensino-Aprendizagem.

ABSTRACT

This research investigated the contribution of Mathematical Modeling (MM) to the development of problem-solving skills in high school. Conducted in a public school in Anápolis-GO, using a qualitative approach, the investigation was motivated by the persistent unsatisfactory performance of Brazilian students in external mathematics assessments. Faced with this challenging scenario, MM emerges as a promising approach to mathematics education, fostering the development of crucial skills for civic education, especially those related to problem-solving. The central objective of the research was to examine how MM influences specific skills, such as problem identification, formulation or manipulation of models, execution of mathematical procedures, and evaluation of solutions. The research involved the application of MM activities with third-year high school students, whose results were assessed through questionnaires and interviews. Findings highlighted the contributions of MM in developing problem-solving skills, enhancing understanding of real-world problem situations, identifying and formulating mathematical models, devising strategies to solve problems, and evaluating the validity of solutions through the application of mathematical concepts. Additionally, results underscored the positive influence of MM on students' motivation to engage in the study of mathematics, promoting critical thinking and facilitating the understanding of mathematical concepts. In light of these findings, MM emerges as an effective strategy for mathematics education in high school.

Keywords: Mathematics Education; Mathematical Modeling; Teaching-Learning.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Eventos e periódicos envolvendo modelagem.....	53
Quadro 2. Diferentes perspectivas na pesquisa sobre o ensino-aprendizagem em Modelagem Matemática.	54
Quadro 3. Comparativo entre as concepções de Modelagem Matemática.....	55
Quadro 4. Competências em modelação.	65
Quadro 5. Tarefas no processo de Modelagem segundo paradigma da investigação.	110
Quadro 6. Seleção das atividades segundo o tipo de caso.....	111
Quadro 7. Sequência de atividades no método expositivo no método vivencial	156

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Gráfico das médias de proficiência dos países da América do Sul em Matemática do PISA 2018.	35
Figura 2. Gráfico da distribuição dos estudantes na escala de proficiência em Matemática no PISA 2018.	35
Figura 3. Gráfico da tendência comparativa de desempenho em Matemática.	36
Figura 4. Gráfico da proficiência média em Matemática 9º ano do Ensino Fundamental – SAEB 2017.	37
Figura 5. Gráfico do percentual dos estudantes por níveis de proficiência – Matemática – 9º ano EF – SAEB 2017.	37
Figura 6. Gráfico da proficiência média em Matemática 3º Série EM – SAEB 2017.	38
Figura 7. Gráfico do percentual dos estudantes por níveis de proficiência – Matemática – 3º série EM – SAEB 2017.	38
Figura 8. Gráfico da evolução das proficiências médias em Matemática no SAEB – 1995-2017.	39
Figura 9. Representando a altura da poda de árvores.	60
Figura 10. Sinais (interpretantes) gerados pelos alunos na atividade.	61
Figura 11. Representação gráfica das linhas indicadas pela poda da Copel.	61
Figura 12. O ciclo do conhecimento gerado pelo indivíduo.	63
Figura 13. Um diagrama esquemático mostrando o processo de modelagem.	64
Figura 14. Relação entre o raciocínio matemático e o ciclo de resolução de problemas.	66
Figura 15. Um modelo de alfabetização Matemática na prática.	67
Figura 16. Item para a unidade PIZZAS.	68
Figura 17. Exemplo de resposta para PIZZAS.	69
Figura 18. Questionário SAEB.	75
Figura 19. Gráfico da evolução do IDEB.	76
Figura 20. Distribuição dos alunos por proficiência.	76
Figura 21. Gráfico da evolução da nota SAEB.	77
Figura 22. Percentuais de estudantes com aprendizado adequado.	77
Figura 23. Atividades de coleta de dados.	80
Figura 24. Apresentação da Modelagem Matemática.	87

Figura 25. Alunos testando rudimentos de modelação geométrica.	87
Figura 26. Alunos apreciando material informativo sobre modelagem.	88
Figura 27. Folder de apresentação da Modelagem Matemática.	88
Figura 28. Reunião de brainstorming.	90
Figura 29. Reunião de planejamento.	90
Figura 30. Preenchimento dos questionários.	96
Figura 31. Gráfico percentual das principais dificuldades de aprendizagem em matemática.	97
Figura 32. Gráfico percentual das expectativas em relação as aulas de matemática.	98
Figura 33. Gráfico percentual das tendências metodológicas para as aulas de matemática.	99
Figura 34. Gráfico percentual das metodologias usadas pelos professores.	99
Figura 35. Gráfico percentual das dificuldades de Aprendizagem.	101
Figura 36. Discussão do grupo focal.	105
Figura 37. Alunos se preparando para sair da escola na fase exploratória.	111
Figura 38. Apreciação das questões do ENEM.	113
Figura 39. Apresentação da GA no GeoGebra.	114
Figura 40. Uso dos comandos do GeoGebra na modelação do problema.	114
Figura 41. Etapas da modelagem aplicada a uma atividade com GeoGebra.	115
Figura 42. Alunos debatendo o tema.	117
Figura 43. Contexto do problema proposto pelo aluno 1.	117
Figura 44. Imagem aérea da represa.	118
Figura 45. Contexto do problema proposto pelos alunos.	118
Figura 46. Alunos aplicam trigonometria em medições em escala menor.	119
Figura 47. Montagem do teodolito caseiro.	119
Figura 48. Uma das Demonstrações possíveis do Teorema de Pitágoras.	120
Figura 49. Revisão de trigonometria para matematização da atividade.	120
Figura 50. Uma das Demonstrações possíveis da Lei dos Senos.	121
Figura 51. Sondagem do local de aplicação da atividade.	121
Figura 52. Medição da largura da represa.	122
Figura 53. Reunião para discussão do problema da represa.	122
Figura 54. Medições para aplicação do Teorema de Pitágoras.	123
Figura 55. Cálculo usando Teorema de Pitágoras.	123
Figura 56. Segunda medição para aplicação da Lei dos Cossenos.	124
Figura 57. Cálculo usando a Lei dos Cossenos.	124
Figura 58. Aula sobre Revisa Goiás.	126

Figura 59. Reunião de planejamento da equipe 1.....	127
Figura 60. Contexto do problema proposto pelo aluno da equipe 1.....	127
Figura 61. Reunião de planejamento da equipe 2.....	128
Figura 62. Contexto do problema proposto pelo aluno da equipe 2.....	128
Figura 63. Ilustração de como usar o quadrante geométrico.....	128
Figura 64. Ilustração sobre o uso do astrolábio para medir alturas.....	129
Figura 65. Aplicação da quinta proposição de Apianus.....	129
Figura 66. Contexto do problema proposto pelos alunos.....	130
Figura 67. Croqui realizado pelos alunos para estudo das dimensões da Igreja São Vicente.....	130
Figura 68. Contexto do problema envolvendo a caixa d'água da escola.....	130
Figura 69. Formalização do modelo Matemático 1.....	131
Figura 70. Formalização do modelo Matemático 2.....	132
Figura 71. Formalização do modelo Matemático 3.....	132
Figura 72. Alinhamento das técnicas a cada problema selecionado.....	133
Figura 73. Medição da altura da torre usando os modelos matemáticos.....	133
Figura 74. Medição da altura da Igreja usando os modelos matemáticos.....	134
Figura 75. Aplicação da relação trigonométrica seno.....	134
Figura 76. Aplicação da relação trigonométrica tangente.....	135
Figura 77. Aplicação da relação trigonométrica tangente a dois ângulos.....	136
Figura 78. Contexto do problema proposto pelos alunos.....	138
Figura 79. Medição das dimensões da rampa.....	139
Figura 80. Contextualização do problema.....	139
Figura 81. Apresentação do modelo matemático pesquisado.....	140
Figura 82. Aplicação do modelo matemático às rampas.....	141
Figura 83. Contexto do problema proposto pelos alunos.....	143
Figura 84. Registro da seleção da questão de vestibular para uso na aplicação da modelagem.	144
Figura 85. Questão do vestibular 2023/2 da UNEMAT.....	144
Figura 86. Numeração de um pé com 25 centímetros em alguns países.....	146
Figura 87. Medição do comprimento do pé.....	147
Figura 88. Deslizamento de um carro para direita.....	148
Figura 89. Contexto do problema proposto pelos alunos.....	150
Figura 90. Explorando o cenário da pesquisa.....	150
Figura 91. Vista aérea da avenida escolhida.....	151

Figura 92. Delimitação do problema proposto pelos alunos.	151
Figura 93. Deslizamento de um carro para direita.....	152
Figura 94. Deslizamento do carro sobre o solo.	153
Figura 95. Medição do rastro do pneu.	153
Figura 96. Anotação do modelo matemático escolhido pelos alunos em Halliday (2012). ...	153
Figura 97. Aplicação do modelo matemático escolhido pelos alunos em Halliday (2012). ..	154
Figura 98 – Aplicação do questionário de percepção sobre os resultados das atividades aplicadas.	158

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
1.1 Apresentação do tema.....	19
1.2 Justificativa e contextualização da pesquisa.....	22
1.3 Questões básicas da pesquisa: problema, objetivos e metodologia.....	23
1.4 Estruturação do texto.....	25
2. DO ENSINO SEM CONTEXTO À MATEMÁTICA NO CONTEXTO	27
2.1 A Matemática no ensino sem contexto.....	27
2.2 A Matemática no contexto social e científico.....	30
2.3 A Matemática no contexto do ensino.....	32
2.4 A Matemática no contexto das avaliações externas.....	34
2.4.1 Resultados do Brasil no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA 2018).....	34
2.4.2 Resultados no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB 2017).....	36
2.4.3 Alguns fatores influentes para o baixo rendimento escolar em Matemática.....	39
2.4.4 Modelagem Matemática como forma privilegiada da atividade Matemática para o ensino.....	43
2.5 Considerações finais.....	44
3. A MODELAGEM MATEMÁTICA: HISTÓRIA, ABORDAGENS E APLICAÇÕES	46
3.1 Papel da modelagem no desenvolvimento científico.....	46
3.2 A Modelagem Matemática como prática de ensino-aprendizagem dentre as metodologias ativas.....	49
3.3 Notícias históricas sobre a Modelagem Matemática.....	51
3.4 Concepções e etapas na Modelagem Matemática.....	53
3.5 Modelagem Matemática e Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas: um estudo de Caso.....	56
3.6 A Modelagem Matemática na estrutura do PISA 2022.....	64
3.6.1 Estudo de caso da Modelagem Matemática no PISA: o problema das pizzas.....	68
3.7 Conclusão.....	69
4. ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO	71
4.1 Delineamento da investigação.....	71
4.2 Natureza da pesquisa.....	71
4.3 Postura epistemológica e paradigma de pesquisa.....	73
4.4 Os participantes da pesquisa.....	75
4.5 O professor-pesquisador na pesquisa.....	78
4.6 Da coleta, tratamento e análise dados da pesquisa e seu tratamento ético.....	80
4.7 Das fases e procedimentos da pesquisa.....	83
4.8 Conclusão.....	95
5. DESCRIÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS QUESTIONÁRIOS EMPREGADOS	96
5.1 Considerações iniciais.....	96
5.2 Questionário de levantamento 1.....	97
5.2.1 Análise e identificação de padrão e tendências.....	97
5.2.2 Discussão e implicações.....	100

5.3	Questionário de levantamento 2	100
5.3.1	Análise e identificação de padrão e tendências	101
5.3.2	Discussão e implicações.....	102
5.4	Questionário de levantamento 3	102
5.4.1	Análise e identificação de padrão e tendências	103
5.4.2	Discussão e implicações.....	104
5.5	Dinâmica do grupo focal	104
5.5.1	Análise, organização e interpretação dos dados	105
5.5.2	Discussão e implicações.....	107
5.6	Conclusão Geral	107
6.	DESCRIÇÃO, ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DA PESQUISA DE INTERVENÇÃO	109
6.1	Considerações iniciais	109
6.2	Organização por blocos das atividades aplicadas.....	110
6.3	Período de aplicação das atividades	111
6.4	Descrição das atividades aplicadas.....	112
6.4.1	Atividade 1 - Modelagem matemática no GeoGebra: uma abordagem para resolver questões do ENEM.....	112
6.4.2	Atividade 2 - Estimativa da largura de uma represa: um desafio matemático.	116
6.4.3	Atividade 3 - O desafio das alturas imponentes: como medir o que não se pode tocar?	126
6.4.4	Atividade 4 - As rampas da escola: um desafio de inclusão.	137
6.4.5	Atividade 5 - O segredo do número do calçado.	142
6.4.6	Atividade 6 - O rastro da velocidade: um desafio matemático.....	149
6.5	Análise e discussão das atividades de modelagem matemática aplicadas.....	155
6.6	Questionário de percepção e participação dos alunos nas atividades em Modelagem Matemática	158
6.6.1	Análise e identificação de padrão e tendências	159
6.6.2	Discussão e implicações.....	161
6.7	Conclusão	162
7.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	163
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	167
9.	ANEXOS	179
9.1	Anexo 1: Termo de Assentimento Livre Esclarecido.....	179
9.2	Anexo 2: Questionário 1.....	181
9.3	Anexo 3: Questionário 2.....	184
9.4	Anexo 4: Questionário 3.....	187
9.5	Anexo 5: Questionário 4.....	190

1. INTRODUÇÃO

A Matemática é um instrumento relevante para a compreensão e investigação científica do mundo que nos cerca, propiciando forte desenvolvimento das capacidades racionais e intelectuais. Sua relevância cultural e social perpassa uma trajetória histórica milenar desde o berço da civilização, a revolução neolítica, a aurora das primeiras navegações ultramarinas, a constituição da sociedade industrial, até a atualidade das cidades inteligentes, dos ecossistemas de negócios digitais, do espaço coletivo e virtual compartilhado, da aeronavegação espacial e dos grandes avanços científicos hodiernos.

Essa trajetória *pari passu* às grandes revoluções humanas, demonstra não apenas uma atualidade habitual da Matemática, bem como, fortalece seu lugar estratégico na Educação. E apesar dessa relevância na formação escolar do alunado como componente curricular, dados de Avaliações Externas aplicadas pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), evidenciam um cenário brasileiro de uma década (2005-2015) com médias de proficiência em Matemática em nível básico no Brasil e abaixo do básico em certas regiões do país, arguindo sérias dificuldades dos estudantes na aprendizagem de Matemática (BRASIL, 2018).

Conquanto, exista várias áreas de foco na Educação Matemática, há boas razões, dentro do cenário supracitado, para oferecer nas escolas um ensino de Matemática mais aplicado à fenômenos naturais, sociais, teóricos envolvendo a modelação como uma metodologia ativa nas aulas de Matemática. O foco no lado prático da Matemática, apresenta respostas mais convincentes e motivadoras à frequente pergunta dos alunos, naturalmente realizada nas aulas, *por que estudar Matemática?* assegurando que todos os estudantes reconheçam nos conhecimentos matemáticos, fundamentos para compreensão e atuação no mundo.

Esse reconhecimento do *porque* todos os seres humanos devem aprender Matemática, fornece um meio para entender o mundo ao nosso redor, para lidar com problemas cotidianos, ou para se preparar para profissões futuras. Ao lidar com a questão de *como* os indivíduos adquirem o conhecimento matemático, não se pode separar o papel das relações com a realidade, especialmente a relevância da aprendizagem situada (incluindo o problema da dependência de contextos específicos). A questão geral sobre o que, afinal, “Matemática” é, como parte da nossa cultura e como fenômeno social, de como a Matemática surgiu e se

desenvolveu, aponta também para “aplicações” da Matemática em outras disciplinas, na natureza e na sociedade (BLUM, 2002).

Essa abordagem que aproxima o manejo matemático do aluno em sala de aula às suas aplicações nos campos extramatemáticos, também chamado de "mundo real", tem sido um dos temas centrais para a Educação Matemática nos últimos 30 anos, juntamente com a Modelagem Matemática, devido à riqueza da literatura teórica sobre esses tópicos. Nos currículos e livros didáticos atuais, encontramos muito mais referências a fenômenos e problemas do mundo real, bem como à modelagem, do que há vinte anos atrás (BLUM *et. al.*, 2007).

Para *Organisation for Economic Cooperation and Development* (OECD, 2022), o fato de a Matemática ser usada para resolver um problema definido em um contexto, dentro da exterioridade do mundo de um indivíduo, é um aspecto relevante na alfabetização matemática. A escolha de estratégias e representações matemáticas adequadas a resolução depende, muitas vezes, desse contexto em que surge um problema. No OECD's *Programme for International Student Assessment* (PISA), o estabelecimento de conjecturas e a resolução de problemas em uma variedade de contextos é prioridade.

As tarefas de Matemática do PISA são frequentemente construídas com o objetivo específico de conectar as competências necessárias ao processo de matematização, por meio do uso de argumentos matemáticos lógicos, tais como o pensamento e raciocínio, a argumentação, a comunicação, a modelagem, a formulação e resolução de problemas, a representação, e a utilização de símbolos, linguagem formal e técnicas operacionais. Essas atividades cognitivas permitem que diversas habilidades, notavelmente a modelagem, sejam mobilizadas em resposta aos diferentes níveis de exigências cognitivas impostas aos alunos por variados problemas matemáticos (OECD, 2004).

O desempenho no PISA também é relatado em uma escala matemática geral. De forma comum, alunos do nível 6 de proficiência em Matemática são aqueles que podem, tipicamente, abordar e resolver problemas complexos, demonstrando competência não apenas nas operações matemáticas convencionais, mas também na aplicação prática dessas habilidades por meio da Modelagem de situações complexas:

(...) conceituar, generalizar e utilizar informações com base em suas investigações e **modelagem de situações-problema complexas**. Eles podem vincular informações diferentes fontes e representações e traduzem de forma flexível entre elas. Os alunos deste nível são capazes de pensamento e raciocínio matemático avançado. Esses alunos podem aplicar esse *insight* e compreensão, juntamente com um domínio de operações matemáticas simbólicas e formais e relacionamentos, desenvolver novas abordagens e estratégias para atacar novas situações. Alunos neste nível podem

formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões sobre suas descobertas, interpretações, argumentos e a adequação destes às situações originais (OECD, 2004, grifo nosso).

Nesse aspecto, a própria estrutura do PISA 2022 foi projetada para tornar a relevância da Matemática mais clara e explícita. O ciclo de Modelagem Matemática, utilizado em provas anteriores para descrever os estágios pelos quais os indivíduos passam na resolução de problemas contextualizados, juntamente com o raciocínio matemático (tanto dedutivo quanto indutivo), continua a ser uma característica fundamental do PISA 2022 (OECD, 2018).

Na Espanha, por exemplo, foi desenvolvido um amplo projeto chamado Projeto GAPPisa, voltado para a formação de professores a partir da perspectiva do PISA. Conduzido em escolas públicas da cidade de Barcelona, o projeto teve como propósito oferecer uma base teórica e prática sobre a avaliação das aprendizagens, possibilitando aos professores a modificação de s

1.1 Apresentação do tema

O uso de modelos na ciência é uma prática antiga. Segundo Silva e Catelli (2009), a noção de modelo e seu emprego guarda aspectos históricos e epistemológicos dentro das ciências formais e factuais. Desde os primeiros modelos desenvolvidos na Grécia Antiga, como o geocentrismo ptolomaico, que tinha o objetivo de explicar o movimento dos astros e a estrutura do universo, até as primeiras modelações de classes de curvas como as de Apolônio de Perga, o Teorema de Pitágoras, a formalização conceitual das proporções geométricas, o método de exaustão de Eudoxo, a Geometria de Arquimedes, as sistematizações axiomáticas de Euclides, e às modelações atuais na análise de estruturas, máquinas e sistemas, na economia, na otimização de processos e tomada de decisões estratégicas, a modelação tem representado um recurso eficiente de compreensão, explicação e predição de fenômenos naturais, sociais e lógicos.

A Modelagem Matemática emergiu como uma linha de pesquisa no ensino brasileiro a partir do início da década de 1980, encontrando em Aristides Barreto, Ubiratan D'Ambrosio, Rodney Bassanezi, entre outros, figuras fundamentais no impulso e consolidação da Modelagem Matemática na Educação Matemática brasileira (BIEMBEMGUT, 2009). Ao longo das décadas, a Modelagem Matemática foi ganhando relevo como uma abordagem que permite ao aluno integrar a realidade ao processo de aprendizagem (MORAN, 2007, p. 72).

Esse processo se dá através de atividades práticas, investigações, resolução de problemas, projetos ou outras estratégias pedagógicas que envolvam a aplicação de conceitos

matemáticos na análise de situações do mundo real (PONTE *et al.*, 2007; RODRIGUES *et al.*, 2021). Dessa forma, os alunos desenvolvem modelos matemáticos com base em hipóteses e aproximações simplificadas durante a resolução de situações-problema que envolvem contextos específicos do mundo real.

O ensino de Matemática baseado no desenvolvimento de modelos teóricos e na simulação de aspectos selecionados da realidade proporciona aos alunos uma ferramenta essencial para resolução de problemas contextualizados, tais como: no cotidiano (cálculo do custo de uma viagem; planejar uma refeição com carga nutricional balanceada; estima de tempo de uma viagem); nas ciências (velocidade de um objeto; cálculo do perímetro de uma figura; determinar a densidade de um objeto material); entre outros contextos práticos.

O uso eficaz dessa ferramenta dependerá de uma disposição positiva dos alunos de se envolver com a Matemática, superando a dicotomia entre os poucos alunos que conseguem sucesso na aprendizagem, sendo valorizados no plano intelectual pelos colegas e professores, daquela outra maioria que, infelizmente, é marginalizada pelos pares a conviver com a Matemática na condição depreciativa de não ter o *dom* para os números (BERTI; ROSSO; BURAK, 2008).

Portando, a Modelagem Matemática incorpora, em sua essência, a capacidade de uma ferramenta poderosa, útil e eficaz para entender e resolver problemas do mundo real. Esses atributos geram consequências singulares para prática educacional em sala de aula através da promoção de um ensino-aprendizagem mais ativo e significativo.

Dessa forma, a Modelagem Matemática se sobressai como uma prática educacional na contramão das abordagens expositivas tradicionais, nas quais, o aluno desempenha um papel passivo. Ela abre vantagens ao adotar abordagens metodológicas ativas. Esse destaque é resultado das diversas etapas da Modelagem Matemática que incorporam atividades práticas e contextualizadas², desafiando os alunos a aplicarem conceitos matemáticos na resolução de problemas reais contribuindo para uma aprendizagem mais profunda e substantiva.

Essa abordagem metodológica ativa é uma característica fundamental da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS). Entre as muitas teorias da aprendizagem, a TAS aborda um tipo de aprendizagem onde o novo conhecimento se conecta a ideias e conceitos prévios, já presentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Proposta por David Ausubel e seus colaboradores (Ausubel *et al.* 1980; Ausubel, 2000), essa teoria advoga que os alunos

²Como, por exemplo, atividades e projetos que fomentem a pesquisa e o levantamento e resolução de problemas (BURAK; ARAGÃO, 2012).

assimilam o conhecimento de maneira mais eficaz quando o conteúdo tem significado para eles, isto é, quando conseguem relacioná-lo à suas experiências e a conhecimentos anteriores.

Por meio dessa teoria de ensino, a aprendizagem escolar em sala de aula deve viabilizar, como medida central, a construção de significado, por meio de processos educativos contextualizados, priorizando a compreensão, com a condução de discussões e análise de situações concretas da vida dos alunos envolvendo a matemática como ferramenta para resolver problemas.

Esses processos educativos contextualizados são aqueles que relacionam um conteúdo a ser aprendido e sua expectativa de aprendizagem (ou seja, o resultado esperado do processo de ensino-aprendizagem) com situações reais do mundo. Eles são apoiados na ideia de que o conhecimento é mais significativo quando é relevante para a vida do aluno.

Nesse particular, os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam a importância dessa construção de significado por parte dos estudantes:

É importante destacar que **as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados**, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos (BRASIL, 1998, p. 63, grifo nosso.).

Portanto, Burak e Aragão (2012) e Bassanezi (2002; 2021) sustentam que a Modelagem Matemática se encaixa bem numa abordagem de ensino-aprendizagem que gera, por meio de suas práticas (atividades, projetos, jogos, sequências didáticas) a construção de significados, conforme assinalado por Brasil (1998). Dessa forma, o uso da Modelagem Matemática melhora a compreensão do conteúdo, facilita a retenção do conhecimento e motiva os alunos a aprender. Os alunos são desafiados a pensar criticamente, a resolver problemas e aplicar os conceitos aprendidos em situações reais.

O uso da Modelagem Matemática no ensino em escolas e universidades com aluno raciocinando matematicamente para resolver problemas e interpretar situações em contextos individuais, ocupacionais, sociais e científicos, movendo os entendimentos matemáticos estudados, tornou-se tema de destaque nas últimas décadas no Brasil, em vista da crescente relevância mundial do uso da Matemática na ciência, tecnologia e vida cotidiana.

Há um interesse crescente em todo o mundo nas chamadas habilidades do século 21 e sua possível inclusão nos sistemas educacionais. A OCDE lançou uma publicação que se concentra nessas habilidades e patrocinou um projeto de pesquisa intitulado *The Future of Education and Skills: Education 2030*. Cerca de 25 países estão envolvidos neste estudo transnacional de currículo, incluindo a incorporação de tais

habilidades. O projeto tem como foco central como será o currículo no futuro, focando inicialmente na matemática. Algumas das principais habilidades do século 21 são: pensamento crítico; criatividade; pesquisa e inquérito; autodireção, iniciativa e persistência; uso da informação; sistemas a pensar; comunicação; e reflexão (OECD, 2018).

Desse modo, é desejoso um Ensino Médio com metodologias de ensino ativas baseadas nessas principais habilidades do século 21, metodologias que favorecem fortemente o desenvolvimento cognitivo e a construção do conhecimento Matemático mais contextualizado com a realidade do aluno, pois “[...] o verdadeiro espírito da Matemática é a capacidade de modelar situações reais, codificá-las adequadamente, de maneira a permitir a utilização das técnicas e resultados conhecidos em outro contexto, novo” (D’ AMBROSIO, 1986, p. 44).

Historicamente, a matemática foi desenvolvida por meio do trabalho de muitos intelectuais e matemáticos que ampliaram sua abordagem para responder aos diversos problemas que fizeram parte do progresso humano. Esses problemas incluíam a construção de estruturas, o comércio e o câmbio entre povos, as demandas de uma astronomia que despontava como ciência exata, a produção agrícola e o crescimento das cidades.

A resolução de problemas é uma ferramenta essencial para o progresso humano, pois permite que os indivíduos e as sociedades enfrentem desafios e encontrem soluções. A matemática é uma ferramenta poderosa para a resolução de problemas, pois fornece um conjunto de ferramentas e técnicas que podem ser usadas para modelar problemas do mundo real e desenvolver soluções eficazes.

Burak (1987; 1992) propôs a resolução de problemas como uma das etapas da Modelagem Matemática, tornando as atividades mais contextualizadas e significativas para os alunos. Portanto a Modelagem Matemática complementa a Aprendizagem pela Resolução de Problemas, que ganhou corpo em Polya (1978): “resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática”.

Concluída a apresentação, no próximo item será abordado a justificativa do uso de atividades em Modelagem Matemática na resolução de problemas contextualizados.

1.2 Justificativa e contextualização da pesquisa

Pesquisas teóricas no campo da educação de Matemática com Bassanezi (2021), Burak e Aragão (2012) e Brandt, Burak e Klüber (2016), assim como, resultados de avaliações externas do OECD’s *Programme for International Student Assessment (PISA)*, mostram que

os conhecimentos matemáticos dos estudantes brasileiros estão abaixo do desejado em relação à média mundial. Essa situação inclina para emergência de avanço na direção do ensino de Matemática aplicada por modelação, implementando currículos, avaliações e um menu de habilidades indispensáveis a prática social no mundo do século XXI.

Diante disso, algumas dúvidas provavelmente surgirão para aqueles professores de Matemática que visam implementar a Matemática baseada em situações da realidade: *o que é modelagem na educação de Matemática? Por que como professor de Matemática, devo incorporar a Modelagem Matemática em minhas aulas? Como posso fazer isso? O que posso fazer caso meus alunos não consigam aplicar a Matemática ou nem tentem se envolver? Que exemplos poderia utilizar para desenvolver as unidades temáticas em que os alunos possuem menor proficiência?*

A presente dissertação busca responder às perguntas propostas, destacando características fundamentais da Modelagem Matemática na educação matemática, características essas que se alinham às metodologias ativas, capazes de constituir uma alternativa para a aprendizagem significativa da Matemática. A seguir, serão examinadas as questões mais importantes da pesquisa.

1.3 Questões básicas da pesquisa: problema, objetivos e metodologia

A proposta da presente pesquisa foi gestada em 2021/1, a partir do estudo dos resultados dos alunos da 3º Série do Ensino Médio de uma unidade escolar Anápolis-GO, divulgados pelos dados oficiais das avaliações externas (notadamente o SAEB). Segundo o Portal QEDu (2021), a escola teve em 2021 um IDEB de 4,9 e média de proficiência em matemática de 276,78.

A análise desses resultados revelou um modelo de ensino-aprendizagem desatualizado e ineficaz, indicando uma clara necessidade de reformular a abordagem da Matemática por meio de uma prática ativa de ensino-aprendizagem. Essa revisão propõe a contextualização dos conteúdos e habilidades matemáticas de forma a integrá-los ao cotidiano do estudante, favorecendo uma aprendizagem significativa. Essa abordagem fundamenta a escolha da escola como foco da pesquisa e implementação do produto educacional.

Diante desse contexto desafiador, emergiu a necessidade de explorar a Modelagem Matemática como uma ferramenta facilitadora capaz de atender às demandas apresentadas. A pesquisa tem como ponto de partida a seguinte indagação: *quais são as contribuições de uma abordagem de ensino-aprendizagem ativa, que integra atividades pedagógicas em*

Modelagem Matemática, para o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas no Ensino Médio?

Portanto, o objetivo desta pesquisa é investigar a contribuição da Modelagem Matemática para desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas no ensino-aprendizagem de Matemática do Ensino Médio. Para isso, foram elaboradas e aplicadas atividades de Modelagem Matemática, com posterior avaliação dos registros anotados pelos alunos durante a aplicação. Os resultados das atividades foram utilizados como referencial para construção de um produto educacional no formato textual, composto por algumas sugestões de atividades de iniciação à Modelagem Matemática para prática dos alunos do Ensino Médio e uso dos professores na introdução da Modelagem em sala de aula.

Definido o objeto de estudo, os objetivos mais restritos da pesquisa envolvem:

- Realizar uma revisão bibliográfica sobre a Modelagem Matemática, sua história, relevância metodológica e aplicação na resolução de problemas, a partir de obras e artigos selecionados em plataformas acadêmicas;
- Levantar informações das percepções dos alunos matriculados na 3º Série do Ensino Médio de uma escola estadual vinculada à Coordenação Regional de Educação de Anápolis (CRE – Anápolis) em Goiás, para obter dados sobre as dificuldades de aprendizagem em Matemática, opiniões sobre o ensino de Matemática, descrição de experiências escolares, motivações, áreas de interesse para estudo e as sugestões dos alunos para aprimorar o ensino de Matemática;
- Investigar as percepções dos alunos em relação as práticas de ensino nas aulas de Matemática, por meio da dinâmica de grupo focal;
- Investigar a contribuição da Modelagem Matemática como uma prática de ensino-aprendizagem no Ensino Médio, por meio da elaboração e aplicação de atividades voltadas para a Modelagem Matemática, como instrumento de coleta de informações;
- Analisar e discutir os resultados dos questionários (Anexos 2, 3 e 4) aplicados e das atividades em Modelagem Matemática exploradas pelos alunos para identificar contribuições da Modelagem Matemática no Ensino Médio, por meio de uma abordagem qualitativa;
- Propor um produto educacional em formato textual, em apoio ao aluno nas aulas de Matemática do Ensino Médio, composto por atividades de aprendizagem ativa, aplicadas, avaliadas e validadas durante a pesquisa, com o objetivo de auxiliar o aluno no processo de aprendizagem.

A questão norteadora e o objetivo geral justificaram uma pesquisa de natureza qualitativa, com pressupostos apoiados em Bogdan e Biklen (1994), ao tratar das características da investigação qualitativa: “os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 16).

Utilizamos a expressão investigação qualitativa como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objetivo de investigar os fenómenos em toda a sua complexidade e em contexto natural (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p.16).

A coleta de dados na pesquisa foi conduzida por meio do registro em áudio das percepções e opiniões por meio da dinâmica de grupo focal. Adicionalmente, realizou-se uma etapa complementar na forma de entrevistas de opinião escrita com os alunos, a fim de capturar registros escritos sobre suas opiniões e percepções em relação à aula, bem como identificar temas relevantes para as atividades de modelagem matemática ao longo do estudo.

1.4 Estruturação do texto

A presente dissertação está estruturada em cinco capítulos, com anexos ao final. O primeiro capítulo é a introdução. O segundo capítulo traz uma contextualização sobre a cultura Matemática ante as revoluções sociais e tecnológicas nos últimos quatro séculos, além de apresentar um quadro das deficiências do alunado brasileiro no ensino de Matemática a partir dos resultados nas avaliações oficiais.

O terceiro capítulo apresenta uma breve revisão bibliográfica sobre a Modelagem Matemática, suas principais concepções no Ensino da Matemática baseadas em língua portuguesa como Almeida (2010), Barbosa (2001), Bassanezi (2021), Biembengut (1999; 2016), além de autores de literaturas científicas em língua estrangeira como Blomhøj (2009), Blum *et. al.* (2007), Blum e Leiß (2007); Burak (1987; 1992), Caldeira (2005), Cheng (2019), D’ Ambrosio (1986), Kaiser e Sriraman (2006), Niss *et al.* (2007). É discutido o significado da modelação no processo de ensino-aprendizagem, evidenciado benefícios e barreiras encontradas durante a aplicação da Modelagem Matemática na prática pedagógica em sala de aula.

O quarto capítulo apresenta os encaminhamentos metodológicos da investigação, o delineamento da pesquisa com considerações a respeito da natureza, os objetivos, o problema abordado, os sujeitos da pesquisa, as etapas e procedimentos metodológicos adotados na coleta de dados.

O quinto capítulo promove uma análise e discussão dos resultados obtidos nos questionários (Anexo 2, Anexo 3 e Anexo 4) respondidos pelos alunos, complementados pela dinâmica de grupo focal abordando a percepção dos estudantes em relação ao ensino da Matemática.

O sexto capítulo reúne a descrição, análise e discussão dos dados coletados no decorrer da etapa intervenção por meio da aplicação de atividades em Modelagem Matemática. Os anexos apresentam os questionários aplicados e o produto educacional.

2. DO ENSINO SEM CONTEXTO À MATEMÁTICA NO CONTEXTO

Este capítulo discute as influências dos avanços teóricos da Matemática nas transformações sociais, industriais, científicas e tecnológicas. Também apresenta os resultados das últimas avaliações oficiais em que o Brasil foi avaliado.

2.1 A Matemática no ensino sem contexto

A Matemática escolar é construída a partir de conceitos que os estudantes já possuem, desde a infância, dentro e fora da escola. Por meio de descobertas sucessivas, esses conceitos ganham significado e são aplicados na resolução de problemas do mundo real.

Ao longo da jornada de alfabetização na cultura matemática, estudantes da Educação Básica à graduação frequentemente se questionam sobre a Matemática: *qual a utilidade da Matemática no mundo? Onde devo aplicá-la na minha vida? A matemática não foi totalmente descoberta?*

Por meio de suas indagações, os alunos buscam conferir relevância à matemática na contemporaneidade. Buscam seu sentido maior diante de uma sociedade dinâmica, marcadamente tecnológica, que se rege por sistemas de algoritmos, baseados em equações e cálculos probabilísticos de consumo, desde os serviços de *streaming*, aos serviços de busca, de automação residencial, de tráfego urbano e *smart city* até os aplicativos de detecção facial, cada vez mais interativos com as necessidades humanas, por meio de uma combinação eficiente de análise de dados e aplicação de modelos matemáticas.

Muitos professores de Matemática (e mesmo de ciências da natureza) apresentam em sala de aula, respostas ou superficiais às perguntas dos alunos sobre a relevância da matemática. Pressionados pelo tempo limitado das aulas ou por uma grade curricular rígida, eles oferecem poucas oportunidades para apresentar e estudar com os alunos aplicações e exemplos do mundo real que envolvam a Matemática.

Para Lima (2001), o problema já começa numa grave deficiência dos livros didáticos brasileiros de Matemática. Os autores desses livros privilegiam a manipulação do cálculo em detrimento de atividades que envolvam maior emprego de noções e teorias de Matemática em situações que vão de problemas triviais do dia-a-dia a questões mais sutis provenientes de outras áreas, quer científicas quer tecnológicas.

É na contextualização que se avalia o modo como são atribuídos significados aos conteúdos matemáticos por meio de ligações com práticas sociais atuais e com outros campos do saber, à medida em que se propõe temas e atividades que ajudem a promover posturas e valores importantes para o exercício da cidadania (LIMA, 2001).

Aulas tradicionais, focadas prioritariamente na aprendizagem de técnicas de cálculo, sem promover o pensamento crítico, correm o sério risco de envolver o professor em uma abordagem doutrinadora. Nesse caso, o professor busca converter os alunos para sua disciplina sem proporcionar uma compreensão mais ampla ou questionadora da Matemática. Segundo D'Ambrosio (s./d.), há um sério risco

de desaparecimento da Matemática como disciplina autônoma dos sistemas escolares (...) se ela continuar a ser ensinada da maneira como vem sendo, isto é, obsoleta, inútil e desinteressante. Se ela for renovada e atualizada, estará com muito vigor nos sistemas escolares, pois a matemática é a espinha dorsal da sociedade. Mas, repito, não a matemática dos programas atuais. Os testes revelam uma queda livre do rendimento da matemática e não há como reverter essa tendência (D'AMBRÓSIO, s/d).

Surge, naturalmente, uma indagação pertinente: *como contextualizar a Matemática?* Como evidenciar, desde os primeiros anos escolares, a natureza dinâmica, evolutiva, influente da Matemática, sua onipresença essencial no avanço tecnológico, envolvendo alunos no processo de modelagem como um caminho para o aprendizado de diferentes formas e interpretações da realidade, incluindo a relevância histórica da matemática como linguagem fundamental na interpretação dos fenômenos naturais, nas ciências e na capacidade humana de matematizar e compreender o mundo ao nosso redor?

De acordo com Brasil (1997), a resposta para essa pergunta implica afastar-se da abordagem que trata os conteúdos de forma isolada, sequencial e linear, adotando, em vez disso, uma perspectiva que favoreça e destaque as conexões dentro de contextos mais amplos.

O significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos. O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução (BRASIL, 1997).

Reforçar essa perspectiva implica encontrar formas eficazes de aprimorar o ensino e a compreensão da disciplina. Isso inclui considerar vários elementos como um currículo inovador mais conectado com as demandas da sociedade, estratégias pedagógicas centradas no aluno, a integração de tecnologias educacionais, a formação continuada de professores e a promoção de um ambiente de aprendizagem estimulante e inclusivo.

Esses fatores convergem, naturalmente, para uma abordagem mais holística na educação matemática, capacitando os alunos não apenas a dominar conceitos, mas também a desenvolver habilidades críticas, a solução de problemas e um exame mais profundo da importância da Matemática em suas vidas e na sociedade.

Nas últimas duas décadas, a sociedade brasileira vivenciou e continua a passar por uma fase abrangente de grandes transformações, que englobam mudanças na densidade demográfica, urbanização, expansão de uma cadeia produtiva mais globalizada. Além disso, observa-se o fortalecimento do setor de serviços, da tecnologia fina, introduzindo novas dinâmicas na sociedade que naturalmente se refletem no ambiente educacional.

Essas transformações têm impacto no perfil cultural e cognitivo dos estudantes, exigindo modernização dos recursos didáticos e adaptação dos currículos. É necessário que esses currículos mobilizem não apenas conhecimentos, incluindo conceitos e procedimentos, mas também habilidades práticas, cognitivas e socioemocionais. Esse enfoque abrangente visa capacitar os alunos para enfrentar demandas complexas da vida cotidiana, exercer plenamente a cidadania e integrar-se ao mundo do trabalho (BRASIL, 2017).

Mas insistimos no quadro de profunda mudança social, política, econômica e comportamental que estamos atravessando, mesclado com mudanças não menos profundas da ciência e da tecnologia, e a resultante necessidade de questionar os valores morais que necessariamente desempenham papel fundamental nessa mescla. Matemática, e conseqüentemente Educação Matemática, são parte desse complexo (D'AMBROSIO, 1988, p. 33).

Além disso, com o desenvolvimento ativo da tecnologia e da telemática, as mudanças na sociedade ocorrem com maior frequência devido à distribuição maciça da informação, impactando diretamente a forma como a ciência, a produção de conhecimento, a educação e o as profissões são percebidas pelos alunos.

A internet, as redes, o celular, a multimídia, estão revolucionando nossa vida no cotidiano. Cada vez resolvemos mais problemas conectados, à distância. Na educação, porém, sempre colocamos dificuldades para a mudança, sempre achamos justificativas para a inércia ou vamos mudando mais os equipamentos do que os procedimentos. A educação de milhões de pessoas não pode ser mantida na prisão, na asfixia e na monotonia em que se encontra. Está muito engessada, previsível, cansativa (MORAN, 2008, p. 8).

Segundo Moran (2007), as tecnologias contemporâneas oferecem acesso rápido e atraente a dados, imagens e resumos de informações, reduzindo progressivamente a necessidade do professor como intermediário direto na obtenção de informações em sala de aula. Nesse cenário, a função central do educador evolui para desempenhar o papel de

mediador em atividades que possibilitam aos alunos a interpretação, o relacionamento e a contextualização de dados, habilidades em sintonia com o ensino de Matemática.

2.2 A Matemática no contexto social e científico

Segundo Brasil (2000), muito além de memorizar fórmulas ou quantificar grandezas, um bom ensino de Matemática solicita dos alunos, resolver situações-problemas, confrontar soluções, verificar regularidades, refletir e tirar conclusões, tomar decisões baseadas no pensamento científico e não mais, apenas, no senso comum.

Para Farrington (1961), todo pensamento científico, qualquer que seja seu desenvolvimento posterior, tem sua origem nas técnicas, artes e ofícios, e nas várias atividades a que o homem se entrega. Sua fonte é, acima de tudo, a experiência; seus fins são práticos e sua justificativa está unicamente na utilidade. A ciência progride em contato com as coisas. A ciência em seu aspecto prático é a base necessária para a ciência abstrata e especulativa.

Nesse aspecto, a cultura Matemática, teve uma presença, sobretudo estratégica, na ampliação de horizontes sociais de muitos povos em múltiplos contextos. O amplo desenvolvimento da Matemática desde os séculos XV e XVI acompanhou, paralelamente, uma forte demanda econômica, social e científica das sociedades da época que passava pelas exigências de agrimensura, de navegação, das novas máquinas e armas de guerra, das grandes obras públicas, do dinamismo comercial, do surgimento do sistema bancário e da monetarização comercial (ROSA, 2012, p. 83).

Com a ampliação de seu arcabouço teórico a partir do século XVII, a invenção dos logaritmos, o lançamento da geometria analítica moderna, as novas técnicas de cálculo com Newton e Leibniz, as práticas Matemáticas passaram a suprir, segundo Eves (2011, p. 340), as amplas procuras por cálculos cada vez mais rápidos na astronomia, na engenharia, na guerra. Ferramentas Matemáticas adequadas forem desenvolvidas para as várias ciências. Segundo Bochner (1966), a partir de Newton, a Matemática teve um desenvolvimento de mãos dadas com a ciência física. Algumas pessoas sentem que há algo mais profundo acontecendo do que simplesmente uma interação que leva à formulação de conceitos matemáticos e físicos apropriados.

A História da Ciência tem sido exatamente isso: aprimorar teorias, baseadas em modelos da realidade, graças ao desenvolvimento de novos instrumentos intelectuais e materiais. A evolução dos sistemas Ptolomeu → Copérnico → Galileu, da Mecânica Newtoniana à Mecânica Quântica, e também a Biologia Molecular

ilustram claramente os efeitos de novos instrumentos intelectuais e materiais na História das Ciências. Uma vez de posse dos modelos, graças aos instrumentos teóricos, principalmente fornecidos pela Matemática, é possível compreender e analisar o modelo e criar técnicas de controle (D'AMBROSIO, 2009).

Nesse aspecto, urgiu ampla necessidade de integrar uma variedade de ferramentas Matemáticas ampliadas pela pesquisa científica em um ambiente fértil de demandas urbanas, aumento da produtividade programada e economia de escala, baseada na padronização. Essa efervescência socio-científica, contribuiu, logo mais, para o avanço das sociedades industriais a partir do século XVIII.

No século XX, esse ponto de inflexão no uso científico e social das ferramentas Matemáticas, cada vez mais progressivas, foi decisivo para a difusão tecnológicas da terceira revolução industrial, que perpassou as áreas da genética, robótica, telemática, inteligência artificial, aeronavegação, entre outras, numa ponte entre a cultura Matemática e as exigências sociais e produtivas do chamado meio técnico científico-informacional, conceituado por Santos (1997).

Em vista disso, a tecnologia atual, com instruções executadas mecanicamente em uma quantidade finita de tempo, consolidou-se por uma modelo computacional padronizado num sistema matemático binário, cuja complexidade é estruturada na modelagem aritmética, na Matemática discreta, na representação de grafos e estruturas algébricas que abriram fronteiras teóricas que sustentassem a tecnologia fina e a inteligência artificial (GERSTING, 1995).

Todos reconhecem que a Matemática está completamente integrada nos sistemas científico, tecnológico, industrial, militar, econômico e político e que o progresso da Matemática tem sido sempre apoiado por esses sistemas, que estão globalizados e cujo controle repousa sobre o conhecimento matemático. Podemos, portanto, dizer que a Matemática é um “conhecimento universal” (D'ÁMBROSIO, 2005).

Por compor a área científica, o saber matemático cultural é cada vez mais essencial ao chamado progresso tecnológico que determinou e determina, segundo D'Ambrósio (1986, p. 40), o desequilíbrio entre as nações e o domínio de uma classe social por outra.

Ou seja, há um cenário cada vez mais relacional entre tecnologia e inovação, entre as economias globais mais dinâmicas com paralelo fortalecimento de seus respectivos sistemas de educação básica, com a magnitude dos melhores desempenhos e as menores proporções de baixo desempenho no PISA, o que demanda um ensino de Matemática mais propositivo e estrategicamente conectado com as demandas do mundo global:

(...) a globalização, as mudanças demográficas e os avanços tecnológicos são algumas das principais forças motrizes do futuro e, nesse contexto, os alunos deverão estar preparados para enfrentar esses desafios e aproveitar as oportunidades

trazidas por essas forças. Para tal, é necessário que o conhecimento e as habilidades dos alunos sejam sustentados por determinados valores, pois estes moldam crenças, atitudes e ações de uma pessoa e, portanto, formam o núcleo da estrutura das competências do século XXI (BÜHLER E IGNÁCIO, 2020).

Essa nova realidade dinâmica, demanda de nossas escolas superar o *erro crasso* do baixo desempenho no alicerce formativo de base no ensino de Matemática, valorizando sua contribuição como ciência prática e teórica, tão indispensável ao desenvolvimento crítico da ciência e da tecnologia atual.

A aprendizagem intelectual deve ser mais humilde, construída, interativa e integrada com o risco, com a visão integradora, contextualizada e afetiva. Os alunos necessitam, em todas as etapas da aprendizagem, de uma vinculação profunda com a realidade [...]. O aluno aprende mais se combina estudo com projetos e com imersão em atividades sociais e culturais com grupos diferentes dos que está habituado (MORAN, 2007, p. 72).

Essa “vinculação profunda com a realidade” (MORAN, 2007, p. 72), numa imersão cada vez mais contextualizada por situações que envolvem o mundo do trabalho, o exercício da cidadania e a tomada de decisões pautadas no pensamento científico é uma necessidade capital para o ensino da ciência Matemática, conforme prevê a LDB/96.

2.3 A Matemática no contexto do ensino

Para Brasil (2000), o conteúdo no ensino de Matemática, deve ser introduzido (e depois sistematizado), segundo, com desenvolvimento de estratégias centradas na solução de situações-problemas, estudos de casos que reflitam o mundo das profissões e as necessidades de uma sociedade em constante globalização da informação, o que demanda dos profissionais da Educação contínua atualização, aprofundamento em sua formação em Matemática, Metodologia do Ensino de Matemática, Educação e Filosofia da Ciência.

Ao funcionar como um dos referenciais para a renovação e reelaboração da proposta curricular da escola, os PCNEM, baseados na LDB/96, apresentam que a perspectiva de ensinar Matemática deve levar em conta o desenvolvimento e promoção dos alunos, com suas diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para a sua inserção num mundo em mudança, contribuindo para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que lhes serão demandadas ao longo da vida social e profissional (BRASIL, 2000).

Por consequência, levar em consideração, as diferentes concepções do ensino de Matemática, seu caráter formativo e, sobretudo, instrumental com modelagem em aplicações

no campo profissional e, acima de tudo, no universo científico. Para além do caráter formativo e instrumental, a Matemática, sobretudo, no Ensino Médio, é estruturada como ciência, com métodos próprios de pesquisa e validação, tal como, sua organização.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação (BRASIL, 2006, p. 111).

Amparado nas competências citadas no PCN+, o ensino de Matemática deverá desenvolver no aluno habilidades exigidas na composição de argumentos para validação de soluções, apresentação de conclusões, análise e interpretação de dados, desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo-indutivo e produção de estratégias para melhor tomada de decisões. Com as informações aprendidas e habilidades desenvolvidas, o aluno usa esse arcabouço para continuar aprendendo.

O Novo Ensino Médio (Lei nº 13.415/2017) ao contemplar uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), homologada em 20 de dezembro de 2017, tem foco no desenvolvimento de competências e o compromisso com a educação integral, deixando clara a necessidade de maior aprimoramento do ensino de Matemática, não apenas como um trabalho básico com habilidades operatórias triviais, mas, sobretudo, maior prática de registro e justificativa de hipóteses, interpretação de resultados e planejamento de estratégias de resolução nas atividades solicitadas.

O conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais. A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório (BRASIL, 2018, p. 265).

Se esses alunos são saídos da Educação Básica em direção aos cursos de Matemática no Ensino Superior, já com dificuldades, segundo Sanchez (2004), em relação ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência Matemática, à compreensão do significado das operações, à habilidade para analisar uma situação-problema e raciocinar matematicamente, e passam por uma formação pouco inovadora, desconectada com as demandas do mundo real, concluirão uma formação universitária empobrecida, propensos a

repassar esse quadro no Ensino Básico, quando da atuação profissional, criando um ciclo vicioso incompatível com as propostas da LDB/96, os PCN e a BNCC.

2.4 A Matemática no contexto das avaliações externas

Desde o estabelecimento da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN, Lei nº 9.394/1996), o ensino de Matemática passou por fortes evoluções na organização de sua estrutura como componente curricular e no alcance e importância de sua função no desenvolvimento do pensamento dos alunos, na Educação Básica, institucionalizando no sistema educacional brasileiro, o discurso das competências e habilidades (RICARDO e ZYLBERSZTAJN, 2008).

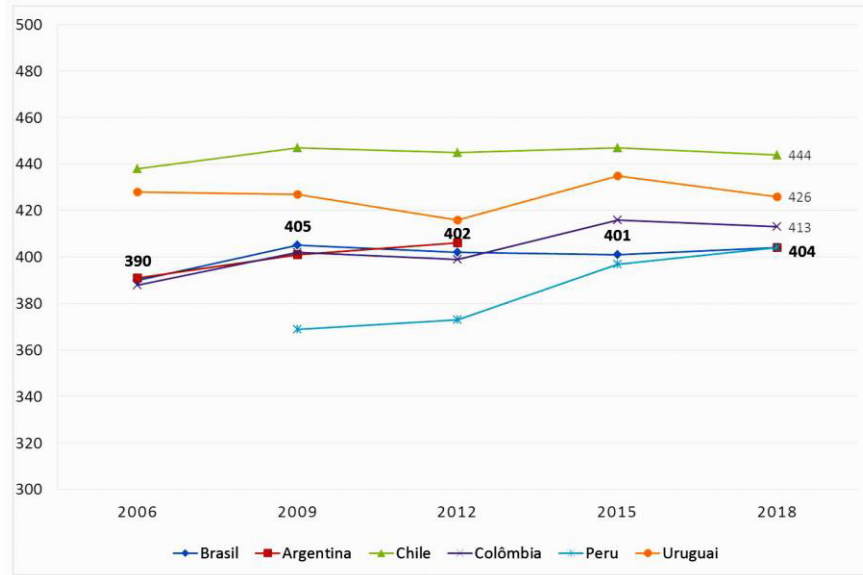
Se por um lado, a legislação garantiu avanços com uma regulamentação específica e uma composição curricular mínima obrigatória, um caráter de formação cidadã, aprendizado para a vida social e atuação no mercado de trabalho, por outro lado, passados vinte anos de LDB/96, as Avaliações Externas, aplicadas nacionalmente para acompanhar a qualidade da educação entre outras avaliações adicionais em que o país participa, evidenciam que não houve mudanças substanciais no ensino de Matemática na escola, com estatísticas que apresentam amplos desafios a serem vencidos quanto a qualidade do ensino.

2.4.1 Resultados do Brasil no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA 2018)

Segundo Brasil (2021), o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), é um estudo comparativo internacional realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), que avalia os conhecimentos e as habilidades de seus estudantes nos domínios – leitura, Matemática e ciências – em comparação com os de outros países, além domínios chamados inovadores, como Resolução de Problemas, Letramento Financeiro e Competência Global.

Também aponta Brasil (2019), que o Brasil, quando comparado a outros países da América do Sul analisados pelo Pisa, é o pior país com resultados avaliados em Matemática. Na América do Sul, o Brasil (384) ficou em último lugar em desempenho (com posição o ranking entre 69º e 72º), empatado tecnicamente com a Argentina (379), devido ao intervalo de confiança da média (Figura 1).

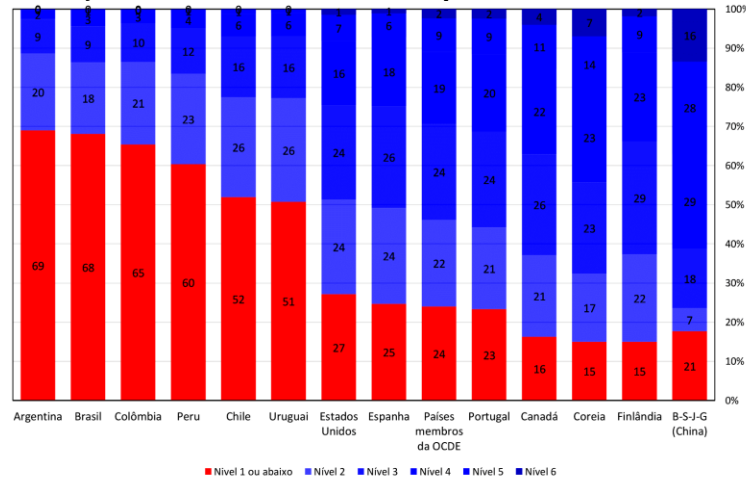
Figura 1. Gráfico das médias de proficiência dos países da América do Sul em Matemática do PISA 2018.



Fonte: OECD (2019).

Uruguai (418), Chile (417), Peru (400) e Colômbia (391) estão com pontuação acima, com a OCDE (489). Com o objetivo de mensurar até que ponto os jovens de 15 anos adquiriram conhecimentos e habilidades essenciais para a vida social e econômica, os resultados evidenciam que os estudantes possuem limitações em situações que envolvem a resolução de cálculos e questões científicas simples e rotineiras (Figura 2).

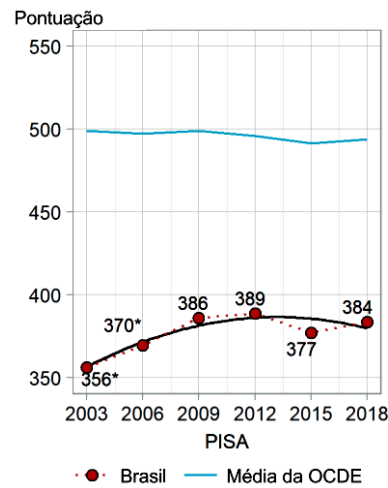
Figura 2. Gráfico da distribuição dos estudantes na escala de proficiência em Matemática no PISA 2018.



Fonte: OECD (2019).

Para Brasil (2019), 68,1% dos estudantes no Brasil estão no pior nível de proficiência em Matemática não possuindo nível básico, considerado o mínimo para o exercício pleno da cidadania. Mais de 40% dos jovens que se encontram no nível básico de conhecimento são incapazes de resolver questões simples e rotineiras. Apenas 0,1% dos 10.961 alunos participantes do Pisa apresentou nível máximo de proficiência na área (Figura 3).

Figura 3. Gráfico da tendência comparativa de desempenho em Matemática.



A OECD (2019) destaca que no Brasil, o desempenho médio em Matemática evoluiu entre 2003 e 2018, no entanto, em sua maioria, essa evolução se concentrou nos ciclos iniciais do Pisa. Depois de 2009, o desempenho médio nesse domínio, assim como em Leitura e Ciências, não mudou significativamente.

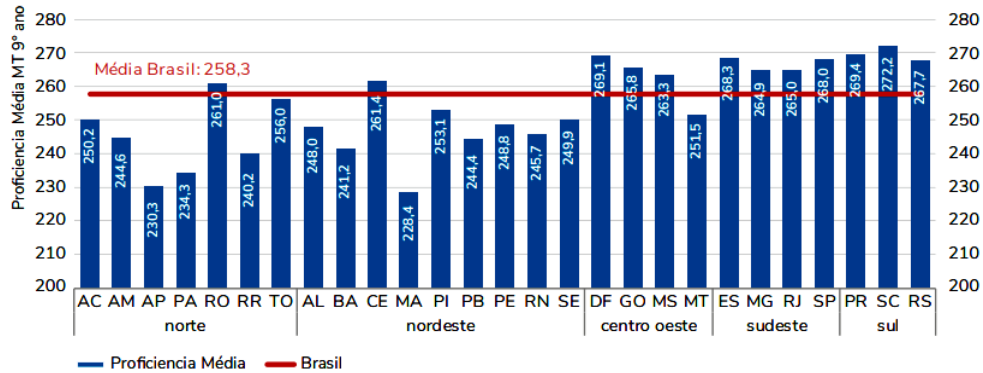
Diante dos dados apresentados, há uma sinalização para baixa qualidade do ensino em Matemática. Brasil (2020) afirma que o PISA 2021, adiado para 2022, teve foco em Matemática, com fim de verificar, entre outras competências, a capacidade de formular, aplicar e interpretar problemas matemáticos em vários contextos do mundo real, concordes com a LDB/96 e a proposta dos PCNEM. O ano de 2012 havia sido a última vez que a área da Matemática figurou como domínio principal da avaliação.

2.4.2 Resultados no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB 2017)

O Brasil utiliza o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) como avaliação em larga escala os níveis de aprendizagem descritos e organizados de modo crescente em Escalas de Proficiência de Língua Portuguesa e de Matemática, o que permite a interpretação dos resultados. O SAEB é realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep).

Observa-se na Figura 4, uma diferença de 43,8 pontos entre a UF com a maior proficiência média (Santa Catarina com 272,2 pontos) e aquela com a menor proficiência média (Maranhão com 228,4 pontos) com doze UFs com proficiência média acima da nacional (BRASIL, 2019c).

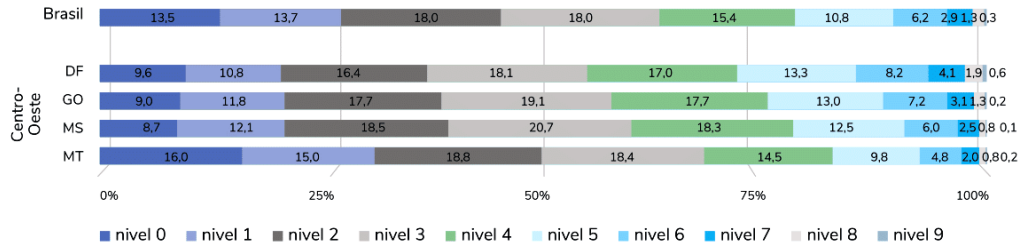
Figura 4. Gráfico da proficiência média em Matemática 9º ano do Ensino Fundamental – SAEB 2017.



Fonte: BRASIL (2019c).

Para Brasil (2018), o 9º ano teve avanços pequenos nas Escalas de Proficiência do SAEB em 2017. Os estudantes brasileiros apresentaram Nível 3 de proficiência média (classificado como insuficiente) em Matemática. Somente 4,52% os estudantes do Ensino Médio avaliados superaram o nível 7 da Escala de Proficiência da maior avaliação já realizada na Educação Básica brasileira. Após 12 anos de escolaridade, cerca de 70% dos estudantes terminam a Educação Básica sem conhecimentos mínimos em Matemática (Figura 5).

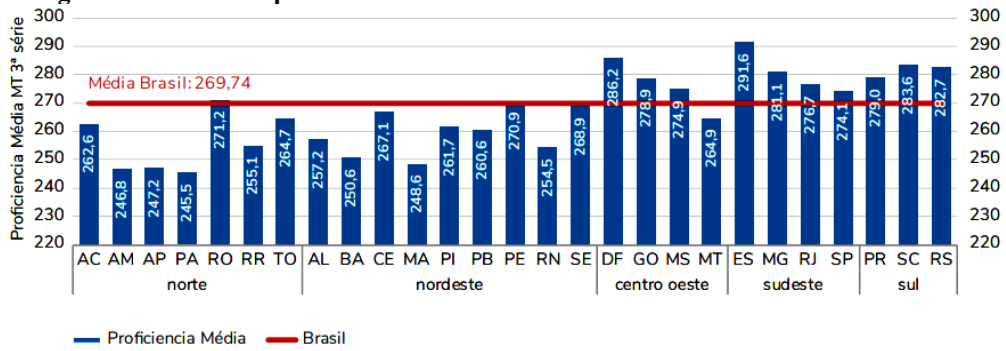
Figura 5. Gráfico do percentual dos estudantes por níveis de proficiência – Matemática – 9º ano EF – SAEB 2017.



Fonte: BRASIL (2019c).

No Figura 6, observa-se uma diferença de 46,1 pontos entre a UF com a maior proficiência média (Espírito Santo com 291,6 pontos) e aquela com a menor proficiência média (Pará com 245,5 pontos). Doze UFs apresentaram proficiência média em Matemática na 3ª série do Ensino Médio acima da proficiência média nacional (BRASIL, 2019c).

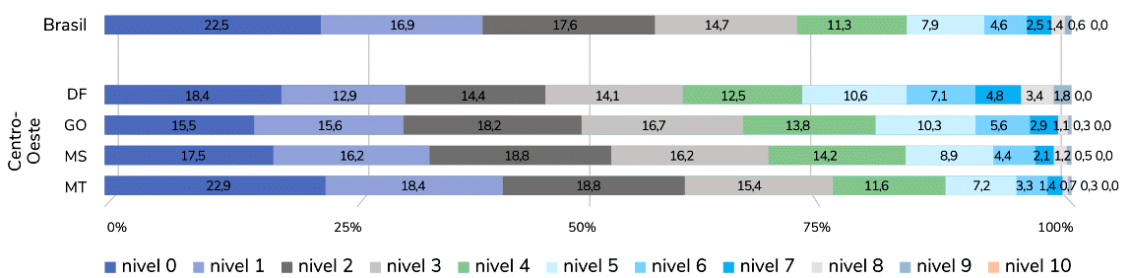
Figura 6. Gráfico da proficiência média em Matemática 3º Série EM – SAEB 2017.



Fonte: BRASIL (2019c).

No Ensino Médio, entretanto, a situação nacional encontra-se praticamente estagnada. Desde de 2009, alunos apresentaram Nível 2 de proficiência média. A Figura 7 mostra um percentual de 22,5 dos estudantes brasileiros no nível 0 de proficiência. As evidências demonstram que o Ensino Médio tem agregado muito pouco ao desenvolvimento escolar em Matemática nos estudantes brasileiros.

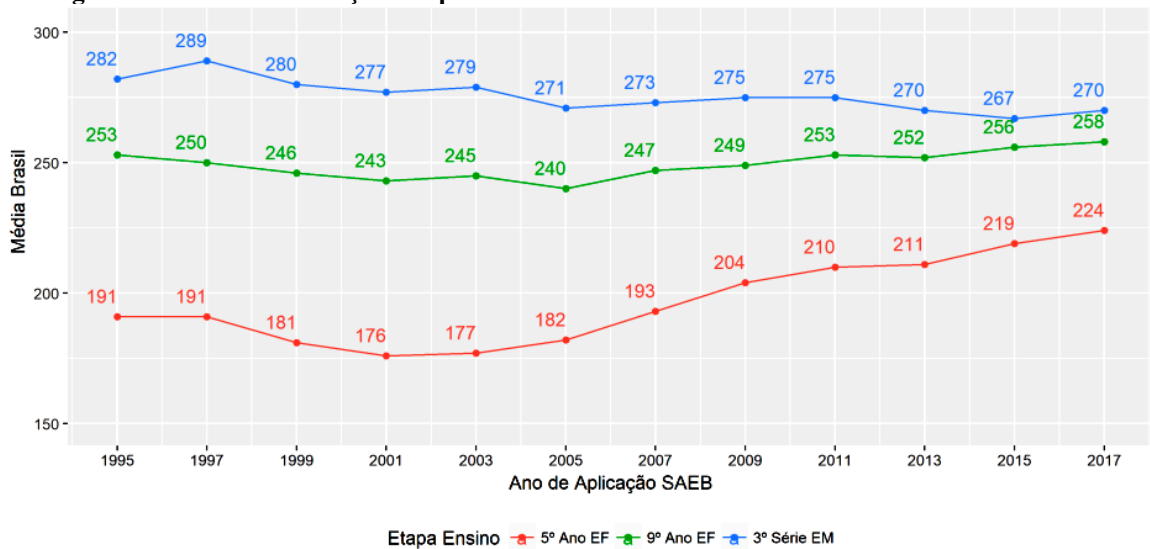
Figura 7. Gráfico do percentual dos estudantes por níveis de proficiência – Matemática – 3º série EM – SAEB 2017.



Fonte: BRASIL (2019c).

Em 1995 a proficiência média em Matemática era de 282, caindo para 270 em 2017, 35 anos depois (Figura 8). A baixa qualidade, em média, do Ensino Médio brasileiro prejudica a formação dos estudantes para o mundo do trabalho e, conseqüentemente, atrasa o desenvolvimento social e econômico do Brasil (BRASIL, 2018).

Figura 8. Gráfico da evolução das proficiências médias em Matemática no SAEB – 1995-2017.



Fonte: BRASIL (2018b).

No recorte bidecenal 1997-2019, enquanto no 9º ano, o crescimento foi de aproximadamente 8 pontos, de 250 para 258, no Ensino Médio houve queda acentuada de 19 pontos no período, de 289 para 270, após bom ápice de 279 em 2003 e 275 em 2011.

2.4.3 Alguns fatores influentes para o baixo rendimento escolar em Matemática

A realidade de um baixo rendimento escolar em Matemática pelos alunos brasileiros pode ser atribuída a múltiplos fatores complexos e inter-relacionados, que vez por outra, atuam de forma combinada, tornando a realidade mais desafiadora para intervenção de políticas públicas; para delimitação de um desenho pedagógico mais efetivo pelas escolas com uma atuação cirúrgica de professores e programas de ensino.

Pode-se classificar, grosso modo, alguns fatores contributivos para a dificuldade de aprendizagem em matemática a partir da leitura argumentativa de alguns autores (Campos, 2022; Santos *et al.*, 2012; Devine, 2017; IBGE, 2023; Pacheco e Andreis, 2018; Carneiro, 2018; Santos *et al.*, 2007; Hiebert e Carpentar, 1992), a saber:

I. Fatores psicológicos:

- Ansiedade matemática;
- Déficit cognitivo;
- Discalculia;
- Baixa autoestima, entre outros.

II. Fatores estruturais

- Pobreza, desigualdade educacional e social;
- Baixos recursos educacionais;
- Cultura popular de pouca valorização da Matemática;
- Ineficiência do sistema educacional.

III. Fatores pedagógicos

- Falta de formação adequada aos professores;
- Metodologias tradicionais ou passivas;
- Falta de recursos educacionais.

Para Campos (2022), dentre muitos fatores elencáveis, destaca-se a ansiedade matemática. Ela é capaz de induzir o aluno a cometer erros que interferem na resolução de problemas matemáticos, gerando resultados emocionais de frustração e aversão, causando um déficit cognitivo diante das habilidades demandadas em aula. Esses resultados emocionais como preocupação, ansiedade, desamparo, pânico, esquiva e medo frente à matemática ocasionam muitas vezes desmotivação, desinteresse, tédio, abandono escolar e fuga de atividades que envolvam a matemática (CAMPOS, 2022).

Quanto aos fatores estruturais, os microdados estatísticos trazidos pelo IBGE (2023) evidenciam as desigualdades educacionais que afetam a população brasileira com um dos fatores causais do baixo rendimento escolar. Apesar da universalização da educação, ainda há populações que não se escolarizaram (9,6 milhões de pessoas com 15 anos ou mais), com 18% de brasileiros (com idade entre 14 e 29 anos) que não completaram a educação básica.

A pandemia de covid 19 colaborou com esse quadro devido o empobrecimento da população. 40,2% dos jovens com 14 a 29 anos apontaram a necessidade de trabalhar como principal fator para abandono escolar. Acrescido aos fatores de desigualdade econômica que afetam decisivamente o baixo apoio familiar a cultura do estudo, criando um estigma cultural em relação à Matemática.

Essa baixa qualidade na educação repercute a tendência de má formação docente em Matemática no Brasil. Beltrão e Mandarino (2014) destacam mudanças no perfil do matemático graduado, baseado nos dados dos Censos da Educação Superior, de 1995 a 2010 e, do ENADE de 2005, 2008 e 2011, salientando a expansão no número de cursos de

Matemática que oferecem habilitação em Licenciatura, nas últimas décadas, crescendo mais de 50% a partir do ano 2000, indo de um total de 402 cursos em 2000 a 676 em 2010.

O estudo concluiu que a expansão na oferta de cursos não foi acompanhada por uma expansão proporcional de concluintes, o que não contribuiu para o atendimento da demanda de expansão da Educação Básica. Antes, a expansão constante da quantidade de cursos tem sido acompanhada pela amplificação dos problemas do ensino universitário de Matemática que, entre outros, detém alta evasão, além das dificuldades dos alunos na transição do Ensino Médio para o Superior, devido à crise na Educação Básica (BELTRÃO e MANDARINO, 2014).

Pacheco e Andreis (2018) resumem as causas em experiências negativas, atribuindo-as às primeiras vivências na disciplina e à falta de estímulo no ambiente familiar. Esses problemas incluem problemas de concentração, associadas a uma compreensão limitada e interpretação pouco clara da rotina escolar. Os alunos muitas vezes não compreendem os significados subjacentes ao estudo da Matemática devido a uma aprendizagem superficial da disciplina. É consenso entre diversos autores que essa aprendizagem superficial tem suas raízes em metodologias tradicionais ou passivas, as quais desempenham um papel significativo nos resultados negativos da formação escolar em relação à Matemática.

Anastasiou e Alves (2005) esclarecem esse cenário, evidenciando que as metodologias tradicionais derivam da concepção de que ensinar é apresentar ou explicar o conteúdo de forma expositiva. Essa abordagem tem raízes históricas no modelo jesuítico apresentado no manual *Ratio Studiorum*, presente desde os primórdios da colonização portuguesa no Brasil.

Radicada no método *acroamático* (oral) da escola aristotélica em que os discípulos apenas ouviam sem participação ativa, essa abordagem concebe a sala de aula como um espaço onde o professor transmite o conteúdo, cabendo ao aluno apenas anotar e memorizar (ANDREATA, 2019; ANASTASIOU e ALVES, 2005).

Reboul (1982) afirma que o estudante registra palavras ou fórmulas sem compreendê-las:

Repete-as simplesmente para conseguir boas classificações ou para agradar ao professor (...), habitua-se a crer que existe uma 'língua do professor', que tem de aceitar sem a compreender, um pouco como a missa em latim (...). O verbalismo estende-se até às matemáticas; pode-se passar a vida inteira sem saber por que é que se faz um transporte numa operação; aprendeu-se, mas não se compreendeu; contenta-se em saber aplicar uma fórmula mágica (REBOUL, 1982, p. 27).

O processo de aprendizado se reduz a uma simples repetição. Durante as atividades de matemática, a compreensão dos comandos no enunciado, a execução dos cálculos, a

verificação dos resultados e as mudanças nos processos cognitivos (BLOOM *et al.*, 1956) frequentemente se tornam uma espécie de *mimesis*³, em que os alunos escrevem sem compreender ou ter conhecimento do que estão escrevendo. Copiam a resposta da lousa como “um imitador, (que) não entende nada da realidade, só conhecendo a aparência” (PLATÃO, 2004). Com uma epistemologia fundamentada no empirismo filosófico, fortemente influenciada pela sistematização cartesiana e pelo behaviorismo, a educação tradicional é descrita por Tavares (2010) como aprendizagem de mecânica:

A **aprendizagem mecânica** ou **memorística** se dá com a absorção literal e não substantiva do novo material. O esforço necessário para esse tipo de aprendizagem é muito menor, daí ele ser tão utilizado quando os alunos se preparam para exames escolares. Principalmente aqueles exames que exigem respostas literais às suas perguntas, que não exijam do aluno uma capacidade de articulação entre os tópicos do conteúdo em questão. Apesar de custar menos esforço a aprendizagem memorística é volátil, com um grau de retenção baixíssimo na aprendizagem de médio e longo prazo (TAVARES, 2010, grifo nosso).

Para os PCN's “essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos” (BRASIL, 1998). Nesse mesmo contexto, corrobora D'Ambrósio (1989):

Sabe-se que a típica aula de Matemática, a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus, ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julgar importante. Os alunos acreditam que a aprendizagem se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos, nada podendo gerar e criar, tornando o papel da disciplina passivo e desinteressante (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 15).

Um dos grandes desafios é o desenvolvimento de aulas em que os estudantes aprendam matemática com compreensão, construindo ativamente novos conhecimentos a partir da experiência e do conhecimento prévio. Para NCTM (2000) a visão da matemática escolar baseia-se, sobretudo, no aprendizado com compreensão:

Infelizmente, aprender matemática sem compreensão tem sido há muito tempo um resultado comum do ensino de matemática nas escolas. Na verdade, aprender sem compreender tem sido um problema persistente desde pelo menos a década de 1930, e tem sido objeto de muita discussão e pesquisa por psicólogos e educadores ao longo dos anos (...). Aprender a matemática (...) requer compreensão e a capacidade de aplicar procedimentos, conceitos e processos. No século XXI, espera-se que todos os estudantes compreendam e sejam capazes de aplicar matemática (NCTM, 2000, p. 20).

³ termo oriundo do grego e significa a faculdade do homem de reproduzir, imitar.

Entre tantas formas de se fortalecer a compreensão dos alunos em torno da matemática, são destacáveis as Metodologias Ativas e a conexão da Matemática com a realidade dos alunos, pois “a raiz grega *matema*, significa justamente explicação, entendimento, manejo da realidade, objetivos muito mais amplos que o simples contar e medir” (D’AMBROSIO, 1993, p. 9), portanto estudar Matemática requer uma reflexão cuidadosa, análise lógica aprimorada e a aplicação das técnicas teóricas em diversas áreas do conhecimento humano.

Nesse aspecto, afirma Martins (2009), que o

contato dos alunos com fatos cotidianos possibilita que eles façam comparações, questionamentos, emitam juízos, assimilem conteúdos importantes, além de conduzirem a conclusões valiosas, ações estas bem diferentes daquelas produzidas por aquilo que lhes é imposto, que não lhes dá chance de análise crítica nem de expressar o que pensa (MARTINS, 2009, p. 22, grifo nosso).

Veremos no próximo tópico que a utilização da Modelagem Matemática proporciona um valioso "contato com fatos do cotidiano", promovendo uma aprendizagem estimulante, dinâmica e alinhada com as necessidades práticas e aplicadas da vida cotidiana.

2.4.4 Modelagem Matemática como forma privilegiada da atividade Matemática para o ensino

Todo o panorama estatístico das avaliações oficiais apresentado até aqui só reforça um efeito colateral de um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno, bem como a urgência de mudanças abismais por meio da busca coletiva de soluções para o ensino dessa área, que perpassem a metodologia e o currículo de ensino. Quanto a metodologia, os PCNs Matemática destacam a carência de mudanças, onde o:

(...) ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 1997).

Dentre as metodologias possíveis de serem exploradas em sala de aula que tornem os conhecimentos matemáticos mais acessíveis a todos os alunos, é destacada a Modelagem na Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da **modelagem** podem ser citados como formas privilegiadas da atividade Matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (BRASIL, 2017, p. 266, grifo nosso).

No texto supracitado, a designação “modelagem” é anunciada como “forma privilegiada da atividade Matemática”. Entretanto, o texto não deixa claro as metodologias de realização dessas atividades de modelagem, baseada em quais concepções de Modelagem Matemática a ser seguidas uma vez que o documento serve como um “conjunto de aprendizagens essenciais e indispensáveis a que todos os estudantes, crianças, jovens e adultos, têm direito” (BNCC, 2017, p. 5).

A Modelagem Matemática é um campo de pesquisa de renome mundial em educação Matemática. A Conferência Internacional sobre o Ensino de Modelagem e Aplicações Matemáticas (ICTMA), por exemplo, apresenta um debate internacional sobre Modelagem Matemática a cada dois anos. Contribuições feitas nessas conferências são publicadas em periódicos oficiais, mostrando um desenvolvimento internacional nesta área.

Para Barbosa (2004, p. 3), a Modelagem Matemática "é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade".

Baseado nessa nuance conceitual, a Modelagem Matemática se encaixa perfeitamente dentro das metodologias ativas que permitam ao aluno usar habilidades e conceitos matemáticos para resolver problemas da vida cotidiana, “pensar é aprender a raciocinar, a organizar logicamente o discurso, submetendo-o a critérios, como a busca de razões convincentes, inferências fundamentadas, organização de explicações, descrições e argumentos coerentes” (MORAN *et al.*, 2006, p. 18).

2.5 Considerações finais

Diante das reflexões apresentadas até o momento, torna-se evidente que o ensino de Matemática no Brasil enfrenta desafios complexos, com a formação inadequada dos alunos no Ensino Médio, com sérias disparidades educacionais e a prevalência da ansiedade matemática apresentando a necessidade de abordagens pedagógicas inovadoras e motivadoras.

Para superar esses obstáculos, é crucial repensar as metodologias de ensino, fomentar a formação continuada de professores, além de considerar o contexto social e emocional dos alunos durante a elaboração de estratégias pedagógicas mais alinhadas com as necessidades individuais e coletivas dos discentes. Fortalecer uma abordagem integrada, que leve em conta as múltiplas facetas desse desafio educacional, é fundamental para a formação de estudantes mais aptos e confiantes em suas habilidades matemáticas. A Modelagem Matemática desponta como uma ferramenta promissora para preencher essa lacuna.

No próximo capítulo, a Modelagem Matemática é abordada sob diversos aspectos, incluindo discussões teóricas, aplicações e seu papel no PISA. Dois estudos de casos são apresentados para ilustrar, de forma didática, seu uso no ensino-aprendizagem escolar.

3. A MODELAGEM MATEMÁTICA: HISTÓRIA, ABORDAGENS E APLICAÇÕES

Nesse capítulo, são apresentados os conceitos de modelo matemático, de modelagem matemática e o processo de construção de um modelo, segundo diferentes autores como Almeida (2010), Barbosa (2001), Bassanezi (2021), Biembengut (1999; 2016), Blomhøj (2009), Blum *et. al.* (2007), Blum e Leiß (2007); Burak (1987; 1992), Caldeira (2005), Cheng (2019), D' Ambrosio (1986), Kaiser e Sriraman (2006), Niss *et al.* (2007). O capítulo finaliza com uma discussão em torno da Modelagem Matemática no PISA.

3.1 Papel da modelagem no desenvolvimento científico

Um modelo é uma versão simplificada de algo que é real. As características do modelo podem variar de acordo com seu uso seu nível de formalidade, clareza, riqueza de detalhes e relevância. As características dependem da função básica do modelo e do objetivo da modelagem. Em um modelo, objetos do mundo real são substituídos por outros objetos mais simples, geralmente com os mesmos nomes. O conhecimento que possuímos sobre o mundo real é estruturado pelo modelo, e tudo se reduz a esses fenômenos e aspectos considerados importantes. (KALLRATH *et al.*, 2004)

A palavra “modelo” carrega uma polissemia correspondente ao universo conceitual que seja empregada. Etimologicamente derivada do latim vulgar *modellum* com o sentido de “medida que não pode ser ultrapassada”, o modelo descreve uma forma humana típica de lidar com a realidade. Antropólogos avaliam que a capacidade de construir modelos abstratos é a característica mais importante que deu ao *homo sapiens* uma vantagem competitiva sobre outras raças humanas já extintas como, por exemplo, o *homo neandertalensis*. (KALLRATH, 2004)

D' Ambrosio (1996) define modelo numa acepção mais ampla, como “representações simplificadas, mentais ou não, que os seres humanos fazem sobre realidade”. Seu propósito específico é facilitar a visualização; fundamentar elaboração e teste de novas ideias; e permitir a elaboração de explicações e previsões sobre comportamentos e propriedades do sistema modelado (GILBERT e BOULTER, 1995).

Componente fundamental no desenvolvimento científico, os modelos idealizados como representações de sistemas em termos ideais, passaram a ser aceitos, utilizados e amplamente difundidos. Na ciência desenvolve-se conceitos, modelos e teorias. A investigação teórica e científica de uma situação ou fenômeno de natureza financeira, biológica, informacional, química, por exemplos, gira em torno de modelos, isto é, algo que simplifica características relevantes da situação ou fenômeno investigado.

Acreditamos que as contribuições sobre a noção de modelo e suas utilizações na ciência seja um assunto central a ser trabalhado entre alunos e professores no ensino de ciências, uma vez que os modelos embora estejam presentes nos materiais de ensino, em formas de objetos tridimensionais, didaticamente transpostos, eles podem fornecer distorções sobre a realidade dos fenômenos que tentam representar. Representações estas que auxiliam a nossa compreensão e razão, mas não devem ser confundidas com a realidade dos objetos em si, da qual muitas vezes são meras simplificações e aproximações (SILVA e CATELLI, 2009).

Para Bassanezi (2021) “quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela - o processo usual é selecionar no sistema, argumentos ou parâmetro considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo”.

Por exemplo, a proposição do modelo de dupla hélice para o DNA realizada pelos cientistas James Watson e Francis Harry Crick, que após a publicação pioneira em uma edição da revista científica *Nature* em 1962 receberam o Prêmio Nobel de Medicina e Fisiologia pela relevância histórica que o modelo alcançou. Esse foi um feito científico cuja relevância científica tem proporções próximas ao aprimoramento dos modelos atômicos, dos modelos cosmológicos e dos modelos cerebrais em seus respectivos campos de pesquisa.

Seja em prol da sobrevivência, conforto e segurança, seja na tentativa de decifrar o desconhecido, o ser humano, por toda a sua trajetória, vem, a cada dia que passa, criando novas técnicas, novas economias, novas formas de representar alguma coisa. Essa capacidade de modelar uma coisa imaginada é que impulsionou e impulsiona o ser humano a criações cada vez mais avançadas. (BIEMBENGUT, 2004, p. 15).

Portanto, o espectro de aplicações atuais de modelos é bem amplo, perpassando mapas cartográficos, modelos geológicos, epidêmicos de doenças, modelos para fluxo de tráfego, modelos de absorção de água, bem como modelos teóricos físico-químicos que sustentam uma aprimorada aplicação de transformações na produção industrial, todos concebidos por um processo cada vez mais sofisticado de produção de modelos: a modelagem.

As vantagens do emprego da modelagem em termos de pesquisa podem ser constatadas nos avanços obtidos em vários campos como a Física, a Química, a Biologia e a Astrofísica, entre outros. Uma das características mais importantes da

modelagem é que pressupõe multidisciplinaridade. E, nesse sentido, vai ao encontro das novas tendências que apontam para a remoção de fronteiras entre as diversas áreas de pesquisa (BERTONE *et. al.* 2014).

Quando a forma de apresentação do conhecimento científico no Ensino Médio, apenas como uma unidade temática, um conteúdo hermetizado, sem a apresentação de todas as camadas que essa forma de conhecimento possui, do processo do ciclo de pesquisa, da formulação e validação de modelos, percebe-se a dificuldade de os estudantes encararem o arcabouço cultural científico apresentado na escola como uma agenda desestimulante e sem conexão com a realidade deles.

Fatos, procedimentos e modelos equacionais prontos destacados para memorização, comprometem a promoção de um aprendizado significativo, em que o aluno é encorajado à participação nesse processo de modelação. A inserção dos estudantes em atividades de modelagem abre viés de nova perspectiva: a da iniciação científica.

A iniciação científica guarda, por meio da modelagem Matemática, ampla sintonia com as habilidades que envolvam um saber mínimo em Matemática:

Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões). Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema. Formular hipóteses e prever resultados. Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades. Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais (BRASIL, 2000).

Com alunos trabalhando em grupos pequenos ou isoladamente, tendo no professor um orientador/monitor que coordene a sequência didática de atividades que fomentam a elaboração das hipóteses ante o problema de análise. Em se tratando de conceitos matemáticos, a Iniciação Científica pode ser o primeiro passo para o estudante tomar contato com a Modelagem Matemática (BASSANEZI, 2021).

Como uma atividade na sala de aula de Matemática, a Modelagem Matemática cresceu em popularidade nas últimas décadas. Com inúmeros teóricos sustentando sua consistência, prolifera o número de educadores matemáticos que lançam mão da Modelagem Matemática entre os alunos, com diferentes graus de sucesso. Por sua sintonia com a iniciação científica, o uso da Modelagem como prática pedagógica na rotina escolar permite uma ruptura poderosa com Educação Tradicional nas aulas de matemática: “para o desenvolvimento de um novo modelo de educação menos alienado e mais comprometido com as realidades dos indivíduos e sociedades, necessitamos lançar mão de instrumentos matemáticos interrelacionados a outras áreas do conhecimento humano” (BASSANEZI, 2002, p.15).

3.2 A Modelagem Matemática como prática de ensino-aprendizagem dentre as metodologias ativas

O Brasil desde a década de 1990, é marcado pela implantação de levantamentos de dados educacionais por meio de censos e avaliações nacionais (BELTRÃO e MANDARINO, 2014). Esses dados acumulados em três décadas de sondagem apresentam indícios de um progresso ainda bastante moroso na escala de proficiência média dos alunos brasileiros em Matemática, além de uma distância acentuada entre a proposta da LDB/96 e dos PCN e a realidade do ensino da ciência Matemática em sala de aula. Esse contexto é colaborado pelo fato de o professor, muitas vezes, pela formação limitada, apresentar dificuldades em:

[...] ensinar conteúdo sem se preocupar com memorizar técnicas e operações mecanizadas, que são feitas muito melhor com o auxílio de máquinas, e assim ter tempo para se dedicar a mostrar o conceitual de suporte às técnicas e operações, e também ser um comentarista crítico da sociedade atual, analisando e interpretando gráficos e tabelas, e também ser um animador cultural, mostrando como a Matemática está presente em todas as manifestações culturais, nas artes, na arquitetura, no design moderno, nos esportes, e deve dar espaço para a fantasia (D'AMBROSIO, 2016).

Diante desse quadro de baixa aprendizagem do alunado brasileiro, é cada vez mais premente a demanda por metodologias que permitam, segundo Brasil (2000), o aluno perceber o valor da Matemática como bem cultural de leitura e interpretação da realidade e possa estar melhor preparado para sua inserção no mundo do conhecimento e do trabalho. Metodologias que permitam aos alunos uma nova forma de ampliar seu potencial através da intuição, criatividade e uso aplicado de seus conhecimentos.

A busca de novas metodologias de Ensino de Matemática deve ser constante. Entre muitas possibilidades, vê-se a **aprendizagem por projetos**, pela **resolução de problemas**, por **jogos matemáticos**, por meio do ensino por investigação, por meio do **ensino pela tecnologia da informação**, pela transversalidade da **etnomatemática**, da **história da Matemática**, entre outras que sugerem uma transformação no modo de se apreender e compreender o papel da Matemática no currículo escolar e o protagonismo do estudante no processo de ensino-aprendizagem.

Os estudantes carecem de métodos de ensino-aprendizagem centrados neles. O aprendizado ativo vai ao encontro da aprendizagem centrada no estudante, pois contempla a combinação de duas ideias relacionadas: o ensino personalizado ou individualizado e a aprendizagem baseada na competência.

Para Camargo e Daros (2018), as metodologias ativas de aprendizagem possuem base na autonomia e no protagonismo do aluno. Têm como foco o desenvolvimento de competências e habilidades, com base na aprendizagem colaborativa e na interdisciplinaridade, proporcionando:

- desenvolvimento efetivo de competências para a vida profissional e pessoal;
- visão transdisciplinar do conhecimento;
- visão empreendedora;
- o protagonismo do aluno, colocando-o como sujeito da aprendizagem; o desenvolvimento de nova postura do professor, agora como facilitador, mediador;
- a geração de ideias e de conhecimento e a reflexão, em vez de memorização e reprodução de conhecimento.

A pedagogia da Modelagem Matemática contempla tais requisitos, por ser uma metodologia cujo cerne envolve uma dinâmica de reflexão sobre a realidade, que resulta em uma ação planejada, consciente, que ocorre por meio da construção de modelos sobre os quais o aluno opera, aplicando toda a sua experiência, conhecimento acumulado e recursos possíveis (D'AMBRÓSIO, 1986).

D' Ambrosio (1986) ainda sustenta que o verdadeiro espírito da Matemática é a capacidade de modelar situações reais, codificá-las adequadamente, de forma a possibilitar a utilização das técnicas e resultados conhecidos em outro contexto.

A partir do uso da modelagem Matemática, espera-se que a Matemática em sala de aula se torne menos dissociada da complexidade do mundo moderno e mais de acordo com a realidade e a criatividade dos alunos. Que priorize o processo de construção do conhecimento e suas aplicações na resolução de problemas por meio de modelos planejados em alternância a mera aplicação de fórmulas e técnicas de cálculo presente na habitual abordagem mecânica de ensino.

Para Paiva (2016), a Modelagem Matemática ocupa uma presença maior em meio as metodologias ativas voltadas para a Matemática no Brasil, uma vez que outras metodologias como a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABProj) não tiveram a mesma repercussão. Com isso a pedagogia da Modelagem Matemática se apresenta como uma forte metodologia na construção de um ensino conectado ao mundo do aluno, ativo e motivador, mobilizando sua cognição na construção do conhecimento matemático.

A aprendizagem eficaz da Matemática envolve uma dualidade entre a aprendizagem de estratégias, conceitos e habilidades, e competência em usar esse conhecimento para resolver problemas que estão localizados tanto dentro da Matemática quanto no resto do mundo, por meio de modelos matemáticos. A vantagem dos modelos matemáticos, é que podem ser analisados de uma forma mais precisa por meio de teorias Matemáticas e algoritmos que, quase sempre, são absorvidos pelos cálculos computacionais.

Para Blum (2002), em currículos atuais, assim como nos livros didáticos, encontramos a presença de muito mais relações entre fenômenos e problemas do mundo real do que, relativamente, há uma ou duas décadas atrás. E embora as aplicações e modelagens desempenhem um papel mais importante na sala de aula da maioria dos países do que no passado, ainda existe uma lacuna substancial entre os ideais do debate educacional e dos currículos inovadores, por um lado, e a prática cotidiana do ensino, por outro lado.

3.3 Notícias históricas sobre a Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática como a arte de expressar por intermédio de linguagem Matemática situações-problema de nosso meio, está presente ao longo da história desde os tempos mais primevos. Pode-se dizer que ela é tão antiga quanto a própria Matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos (BIEMBENGUT e HEIN, 2005).

Para Kallrath *et al.* (2004), embora as representações abstratas de objetos do mundo real estejam em uso desde a idade da pedra, fato comprovado pelas pinturas dos homens das cavernas, o que o verdadeiro avanço da modelagem, com a construção de modelos para problemas do mundo real, especialmente modelos matemáticos, veio com as culturas do Antigo Oriente Próximo e com o Antigo Grego, além de métodos semelhantes desenvolvidos de forma independente na China, Índia, e em países islâmicos como a Pérsia.

Nos anos sessenta do século 20, Henry Pollak desponta como um dos pioneiros no campo de aplicações e modelagem em educação Matemática (POLLAK, 2007). Ele defendeu, principais membros dos Laboratórios Bell, uma integração de aplicações e modelagem no ensino de Matemática (por exemplo, POLLAK, 1969). Internacionalmente, o engajamento de Henry para aplicações e modelagem tornou-se particularmente visível no ICME-3, 1976, onde ele deu a palestra de pesquisa sobre “A Interação entre Matemática e Outras Disciplinas Escolares” (POLLAK, 1979).

Para Aragão e Barbosa (2016), Hans Freudenthal, tanto quanto Henry Pollak, foram dois pensadores identificados com a Modelagem Matemática na década de 1970, por trazerem

ao centro das atenções o olhar sobre a importância do reconhecimento da Modelagem Matemática como um recurso metodológico para o ensino de ciência dos números. Grupos de estudos foram desenvolvidos, como o *Instituut Ontwikkeling Wiskundeonderwijs* (IOWO) de Hans Freudenthal na Holanda ou de Bernhelm Booss e Mogens Niss na Dinamarca (Universidade de Roskilde), consolidando-se em 1983, no Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicações (ICTMA), onde passou-se a realizar bianualmente o *Internacional Congress Mathematics Education* (ICME).

No Brasil, Biembengut (2009) aponta a precursão da Modelagem Matemática dentro do ensino de Matemática no pioneirismo dos professores Aristides Camargo Barreto (da PUC – RJ) e, em destaque, professor Rodney Carlos Bassanezi (da UNICAMP – SP) que na década de 1980 coordenou um curso de pós-graduação na Universidade de Guarapuava-PR realizando mudanças na forma de ensino tradicional. Ele que concebia a Modelagem Matemática como “método científico de pesquisa quanto uma estratégia de ensino-aprendizagem” (BASSANEZI, 2021).

Esses movimentos educacionais pela Modelagem Matemática na educação influenciaram o Brasil praticamente ao mesmo tempo, com a colaboração dos professores, representantes brasileiros na comunidade internacional de Educação Matemática. A Modelagem Matemática na educação brasileira tem como referência singulares pessoas, fundamentais no impulso e na consolidação da modelagem na Educação Matemática, tais como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D’ Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, que iniciaram um movimento pela modelagem no final dos anos 1970 e início dos anos 1980, conquistando adeptos por todo o Brasil. Graças a esses precursores, discussões desde *como se faz* um modelo matemático e *como se ensina* Matemática ao mesmo tempo permitiram emergir a linha de pesquisa de *modelagem Matemática no ensino brasileiro* (BIEMBENGUT, 2009).

Desde então, muitas questões relacionadas à solução bem-sucedida de tarefas e problemas do mundo real através de Modelagem Matemática foram identificadas há algum tempo na literatura técnica internacional (ver BLUM e LEIß, 2007), em monografias, dissertações e livros de autores brasileiros e em eventos específicos, como exemplificado no Quadro 1:

Quadro 1. Eventos e periódicos envolvendo modelagem.

Nível	Descrição
Regional (Goiás)	• <i>Encontro Goiano de Educação Matemática (EnGEM)</i>
Nacional	• <i>Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM)</i>
Internacional	• <i>Congress of European Research in Mathematics Education (CERME)</i> • <i>International Conferences on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA)</i>
Periódicos Internacionais	• <i>Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)</i> • <i>New ICMI Study Series (International Commission on Mathematical Instruction - ICMI)</i>

Fonte: Blum e Leiß, (2007)

Todos esses eventos e periódicos visam apresentar pesquisas, relatos de experiências aplicadas sobre desdobramentos práticos da Modelagem Matemática na Educação.

3.4 Concepções e etapas na Modelagem Matemática

Para Acebo e Rodríguez (2021), a modelagem não é um tema novo. É um campo que passa por investigações há mais de 40 anos. O ensino-aprendizado por meio da Modelagem Matemática tornou-se uma competência fundamental dentro dos currículos escolares e dos padrões educacionais em muitos países do mundo.

Nos currículos nacionais europeus podem ser observadas mudanças em direção a uma inclusão mais ampla de modelagem e suas aplicações em Matemática. Na Alemanha, por exemplo, a Modelagem Matemática é agora uma das seis competências Matemáticas gerais que os padrões de ensino para Matemática consideram obrigatório para graduação escolar. Essa abordagem também pode ser encontrada nos padrões educacionais para ensino fundamental, bem como para o Ensino Médio (VORHÖLTER *et al.*, 2019).

E apesar do termo Modelagem Matemática ser utilizado em diferentes partes do mundo, vários indivíduos e grupos o considera de forma diferente, quanto aos objetivos e justificativas (BORROMEO, 2013; BLUM *et al.* 2007).

Uma proposta de classificação dessas múltiplas perspectivas teóricas é feita por Kaiser e Srirman *et al.* (2006), que categorizam a modelagem em:

- realista ou aplicada,
- educativa,
- epistemológica ou teórica,
- sociocrítica,
- contextual e
- cognitiva e afetiva (como meta-perspectiva).

Essa classificação é usada atualmente, por fazer relações com as perspectivas Matemáticas anteriores e seus antecedentes (BORROMEIO, 2013). No Quadro 2 são descritas algumas características na classificação das perspectivas atuais sobre modelagem, definida por Kaiser e Srirman *et al.* (2006):

Quadro 2. Diferentes perspectivas na pesquisa sobre o ensino-aprendizagem em Modelagem Matemática.

PERSPECTIVA	VISA	ANTECEDENTES	GRUPO DE ESTUDO TEMÁTICO 21	QUESTÃO OU OBJETIVO DE PESQUISA	PAPEL DO CICLO DE MODELAGEM
Realista	Objetivos pragmático-utilitários	Pollak (1969)	Kadijevich (Lombardo & Jacobini)	Quais condições e suporte (na forma de TI) são necessárias para modelar um determinado problema real?	Usado para analisar uma prática da vida real ou situação-problema.
Contextual	Assuntos relacionados a objetivos psicológicos	Lesh & Doerr (2003) Lesh & Caylor (2007)		Como projetar contextos para o significado dos alunos atividades de modelagem?	O processo de modelação não está em foco - As atividades de modelação estão em foco.
Educativo – aprendendo matemática	Modelagem como meio de aprender matemática	Niss (1987,1989) Blum & Niss (1991) Blum & Leiss (2005)	Lombardo & Jacobini vom Hofe et al. Ludwig & Xu; Meier Aravena & Caamaño Oliveira & Barbosa Rodríguez (Kadijevich)	Como desafiar as concepções matemáticas (GVs) dos alunos e como apoiar sua aprendizagem matemática?	Usado para projetar e analisar tarefas de modelagem no que diz respeito a intenções particulares para a aprendizagem dos alunos.
Educativo – aprendendo modelagem	Competência de modelagem como objetivo educacional	Blum, Niss <i>et. al.</i> (2006)		O que é uma boa tarefa de modelo? Quais dificuldades específicas de aprendizagem podem ser detectadas nas diferentes fases da modelagem	Utilizado para definir a competência de modelação matemática como objetivo de aprendizagem.
Epistemológica	Re-construindo matemática através da modelagem	Freudenthal (1983) Traffers (1987)	Andresen Tarp Siller	Como a modelagem pode ser usada para reestil construir o conceito de função para o aprendizado?	Enfatizando a matemática e o "modelo <i>de</i> " – o "modelo <i>para</i> " transição. Utilizado para caracterizar uma praxeologia de modelação.
Cognitiva	Análises de processos cognitivos envolvidos na modelagem matemática	Piaget, Skemp Boromeo Ferri (2006)	(Lona) (Ludwig & Xu) Gamarena	Que estruturas cognitivas estão envolvidas na competência de modelação e que competências cognitivas estão relacionadas com as diferentes fases do ciclo de modelação?	Usado para estruturar o processo de modelagem de modo a identificar as habilidades cognitivas necessárias para modelar uma determinada situação
Sociocrítica	Compreensão crítica e reflexiva da realidade e do uso da modelagem matemática	Skovsmose (1994, 2005) D'Ambrosio (1999)	Barbosa Aratijo Caldeira	Descobrir o poder de formação da modelagem matemática. Como criar discursos reflexivos entre os estudantes?	Para estruturar a crítica e reflexões em relação ao processo de modelagem e à aplicação processo.

Fonte: Blomhøj (2009).

O Quadro 3 apresenta seis concepções de Modelagem Matemática assumidas por diferentes autores, cada uma com seus encaminhamentos dos conteúdos, etapas definidas e opções por níveis de ensino. Tais perspectivas refletem trajetórias profissionais, opções por níveis de ensino e concepções epistemológicas distintas.

Quadro 3. Comparativo entre as concepções de Modelagem Matemática.

Autores	Concepção de Modelagem	Etapas da Modelagem	Opção por níveis de Ensino
Barbosa (2001)	É um ambiente de aprendizagem em Matemática no qual os alunos são incentivados a questionar e investigar situações de sua realidade.	Não sugere etapas. É realizado um convite aos alunos, para que participem ou não. O professor realiza o encaminhamento inicial, de maneira antropológica, em virtude da necessidade da atividade.	Ensino Fundamental, Médio e Formação de Professores.
Bassanezi (2021)	Processo dinâmico para obtenção e validação de modelos matemáticos. Matemática Aplicada.	Modelagem apresenta seis etapas : 1. Experimentação; 2. Abstração; 3. Resolução; 4. Validação; 5. Modificação e 6. Aplicação.	Ensino Superior e Pós-graduação.
Biembengut (1999)	Processo que envolve a obtenção de um modelo, sem explicitar sua relação com as teorias da aprendizagem.	Modelagem apresenta três etapas : 1. Interação: • Reconhecimento da situação-problema; • familiarização com o assunto a ser modelado. 2. Matematização: • Formulação do problema – hipóteses, • Resolução do problema em termos do modelo. 3. Modelo matemático: • Interpretação da solução, • Validação.	Ensino Fundamental, Médio e Superior. Formação de Professores.
Caldeira (2005)	Sistema de aprendizagem oriundo da Educação Matemática.	Não sugere etapas, é considerada um sistema com perspectivas antropológicas.	Ensino Fundamental e Médio. Formação de professores.
Almeida (2010)	Constitui-se em uma alternativa pedagógica na aplicação da Matemática em diferentes áreas do conhecimento.	Ações cognitivas como buscar informações, identificar variáveis, elaborar hipóteses, criar um modelo matemático, resolver problemas, analisar solução para validar ou refutar sua aceitabilidade, com a chance de identificar e estudar situações-problema do cotidiano	Ensino Fundamental, Médio e Superior. Formação de Professores.
Burak (2004)	O objetivo é criar uma relação para explicar, por meio da Matemática, os fenômenos cotidianos, capacitando as pessoas a fazer previsões e tomar decisões. Isso está alinhado aos estudos cognitivistas, contrapondo-se às formas de ensino resistentes e ineficientes no conhecimento matemático.	Modelagem apresenta cinco etapas : 1. Escolha livre do tema; 2. Pesquisa exploratória; 3. Levantamento dos problemas; 4. Resolução dos problemas; 5. Desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções.	Educação Básica: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio. Formação dos Professores.

Fonte: Komar (2017); Klüber e Burak (2008).

Em resumo, a Modelagem Matemática desempenhou um papel essencial na construção científica, fornecendo representações simplificadas do mundo real por ser “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK; 1992).

Com modelos variando em termos de formalidade, clareza, riqueza de detalhes e relevância, dependendo de sua função e objetivo, segundo diferentes autores, o processo de modelação formalizado ao longo da história foi fundamental para estruturar o conhecimento humano e simplificar a compreensão de fenômenos complexos.

No próximo item, será abordado a relação entre a Modelagem Matemática e a aprendizagem baseada na resolução de problemas. Também será apresentado um estudo de caso na literatura científica que aborda a aplicação da Modelagem Matemática como atividade.

3.5 Modelagem Matemática e Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas: um estudo de Caso

A Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas (ABP) é uma abordagem pedagógica que tem como alvo o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas contextualizados pelos alunos durante o processo de ensino-aprendizagem. Essa abordagem é baseada na concepção de que os alunos aprendem melhor quando são desafiados a resolver problemas reais e relevantes para seus interesses e necessidades.

Problemas que contemplam sua realidade pessoal, a realidade das ciências (aprendidas na escola), a realidade da atividade econômica (muitos alunos já são economicamente ativos) e a realidade de problemas que estimulem o pensamento elaborado.

A Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas (ABP) é uma abordagem pedagógica que tem como alvo o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas contextualizados pelos alunos durante o processo de ensino-aprendizagem. Tais problemas podem ser contextualizados de diversas formas, como por exemplo, problemas que contemplam, entre tantas outras:

- A realidade pessoal do aluno: problemas que façam sentido na vida do aluno e o incentivem usar conhecimentos matemáticos para resolução e intervenção consciente no mundo real. Por exemplo, o aluno pode ser desafiado a calcular o custo de uma viagem de férias ou modelar o orçamento de sua festa de aniversário.

- A realidade das ciências: problemas que envolvem conceitos e aplicações matemáticas de áreas científicas, como física, química, biologia e astronomia. Por exemplo, um aluno pode ser desafiado a calcular a trajetória de um móvel pela função horária do espaço ou a determinar a taxa de crescimento populacional de uma cultura de bactérias pelo modelo exponencial.
- A realidade da atividade econômica: problemas que envolvem conceitos e aplicações matemáticas em áreas econômicas muito ativas na atualidade, como finanças, negócios e administração. Por exemplo, um aluno pode ser provocado a calcular o custo de produção de um produto ou a modelar o lucro de uma empresa em determinado mês.
- A realidade da sociedade: problemas que envolvem conceitos e aplicações matemáticas em áreas sociais, como saúde, educação, lazer e meio ambiente. Por exemplo, um aluno pode ser encorajado a calcular a taxa de desemprego segundo uma reportagem ou determinar o impacto ambiental de uma atividade em um lago perto de sua casa.

Portanto, ao analisar o potencial dessa abordagem, percebe-se que

Resolver problemas é fundamental para a construção, consolidação e mobilização de conhecimentos matemáticos dos diversos temas, em conexão com o raciocínio e a comunicação. Possuir a capacidade de resolver problemas matemáticos significa ser capaz de realizar com sucesso atividades como compreender o problema, identificando a incógnita e as condições; selecionar as estratégias e os recursos apropriados e aplicá-los, explorando conexões matemáticas para superar dificuldades; e verificar soluções e rever processos (PONTE *et al.*, 2007, p. 62).

Gonçalves (2006) apresenta diversas abordagens que podem ser usadas individualmente ou em combinação para resolver problemas: como tentativa e erro, subdividir o problema, procurar soluções semelhantes, organizar as informações, **construir modelos**, considerar casos especiais, usar equações ou operações, estimular a criatividade ou trabalhar de trás para frente. A estratégia mais apropriada para um determinado problema dependerá da natureza do problema.

Pólya (1978), matemático húngaro, consagrou o raciocínio heurístico, um tipo de raciocínio que busca soluções não fixas para problemas contextualizados. Nesse tipo de raciocínio, não há um caminho único para a solução, mas sim um fim razoável e provisório. Para tal, Polya desenvolveu um conjunto de etapas para resolução de problemas que fundamentaram a abordagem da aprendizagem baseada na resolução de problemas contextualizados:

- **Compreender o problema:** os alunos devem ler o problema com atenção e identificar os dados fornecidos, a pergunta ou o problema que precisa ser resolvido.
- **Estabelecer um plano:** os alunos devem pensar em possíveis estratégias para resolver o problema. Eles podem usar suas habilidades matemáticas, conhecimentos do mundo real ou criatividade para desenvolver um plano.
- **Executar o plano:** os alunos devem seguir o plano para resolver o problema. Eles podem o material necessário para resolver o problema.
- **Revisar a solução (*looking back*) segundo o problema original:** os alunos devem revisar a solução para garantir que ela seja correta, completa ou coerente com o problema. Eles podem verificar seus cálculos, analisar os resultados e considerar se há outras soluções possíveis.

O modelo de Pólya (1978), por ser mais abrangente, é passível de aplicação a uma ampla variedade de problemas. As etapas do raciocínio heurístico propostas por Pólya alinham-se harmonicamente com as fases da Modelagem Matemática preconizadas por Burak (1987; 1992):

- **Escolha livre do tema:** O aluno escolhe um tema que seja interessante para ele. O tema pode ser relacionado a um *hobby*, um interesse pessoal ou um evento atual.
- **Pesquisa exploratória:** O aluno realiza uma pesquisa exploratória para entender melhor o tema escolhido. Ele pode ler livros, artigos, sites ou conversar com especialistas.
- **Levantamento dos problemas:** O aluno levanta problemas relacionados ao tema escolhido. Ele pode pensar em problemas que ele mesmo enfrenta ou em problemas que ele acredita que outras pessoas enfrentam.
- **Resolução dos problemas:** O aluno resolve os problemas levantados. Ele pode usar suas habilidades matemáticas em conjunto com seus conhecimentos do mundo real ou criatividade para resolver os problemas.
- **Desenvolvimento da matemática relacionada ao tema:** O aluno desenvolve a matemática relacionada ao tema. Ele pode aprender novos conceitos matemáticos ou aplicar conceitos matemáticos que já conhece para resolver os problemas.
- **Análise crítica das soluções:** O aluno analisa criticamente suas soluções. Ele pode verificar se as soluções são corretas, ou se estão completas ou coerentes com o problema. Ele também pode considerar se há outras soluções possíveis.

Enquanto Pólya (1978) destaca o processo de resolução de problemas, o modelo de Burak (1987; 1992) concentra-se mais no produto resultante da resolução dos problemas. Essas abordagens complementares oferecem uma perspectiva mais abrangente e integrada para a aplicação da Modelagem Matemática em diferentes contextos.

Rodrigues (2015) destaca uma crescente tendência observada entre diversos autores em eleger a abordagem centrada em modelos e modelização no processo de aprendizagem matemática, notadamente através da resolução de problemas. Nessa metodologia, os alunos são instigados a criar e desenvolver modelos matemáticos que representem fielmente situações complexas do mundo real, permitindo que os estudantes utilizem conceitos matemáticos para compreender e resolver questões práticas e do cotidiano.

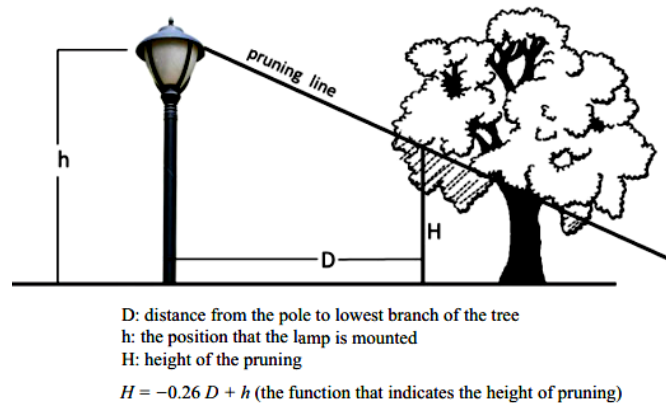
Os investigadores que seguem esta abordagem e se concentram nos modelos matemáticos e nas atividades de modelagem dos alunos estudam o codesenvolvimento de conceitos matemáticos, processos de resolução de problemas, funções metacognitivas e crenças; usar uma variedade de abordagens práticas e teóricas – incluindo psicologia cognitiva e social, matemática/epistemológica e do desenvolvimento para fazer previsões e explicações (RODRIGUES, 2015).

Para ilustrar essa abordagem, Almeida e da Silva (2015) trazem uma atividade registrada no *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* nas atas da conferência bienal ICTMA que engloba a aprendizagem baseada na resolução de problemas. Na condução dessa atividade, os alunos foram desafiados a seguir diferentes etapas, iniciando pela **definição um tema** (equivalente à etapa 1 proposta por Burak) a ser estudado em grupo durante suas aulas de Modelagem Matemática. Um dos alunos, sugeriu:

Escolha do tema: “*A rua da minha casa é meio escura; os vizinhos e eu achamos que há problemas com o tamanho das árvores e sua poda; poderíamos estudar algo sobre isso?*”

Com base nesse conceito, os alunos procederam à **coleta de dados** (correspondente à etapa 2 proposta por Burak), utilizando fontes *online* e consultando o Manual de Iluminação Pública da Companhia Paranaense de Energia (COPEL, 1998). No Manual da Copel, os alunos identificaram informações relacionadas à poda de árvores, evidenciadas por uma imagem ilustrativa, conforme apresentado na Figura 9 (ALMEIDA e DA SILVA, 2015).

Figura 9. Representando a altura da poda de árvores.



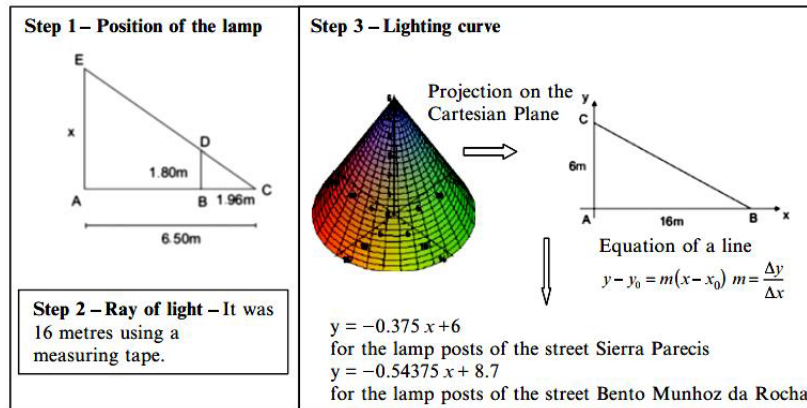
Fonte: Manual de Iluminação Pública - Copel (1998).

Na realização da poda da árvore, vários fatores entram em consideração, como o tamanho da árvore, a altura do poste próximo a ela (h), a distância (D) entre a árvore e o poste, bem como o tipo de lâmpada utilizada. Os alunos conduziram a coleta de dados nas ruas, próximo às áreas onde as pessoas caminham à beira do lago.

Analisando os dados coletados em ambas as ruas, o grupo de alunos **formulou o problema** (correspondente à etapa 3 proposta por Burak): *Qual é o ponto ideal para podar as árvores nessas ruas, levando em conta o tipo de poste?* Para resolver essa questão, foi necessário "produzir" dados adicionais. A presença de diferentes tipos de postes de iluminação exigiu medições nos locais, incluindo a altura dos postes, a altura das lâmpadas e detalhes sobre os tipos de árvores presentes.

O enfrentamento matemático do problema foi orientado pela geração de interpretantes, buscando alcançar uma solução. A **conexão entre o problema e os elementos matemáticos** (correspondente à etapa 4 proposta por Burak) é evidenciada na formulação da atividade de desenvolvimento. Os alunos estruturaram esse processo em três fases distintas: a determinação da posição da lâmpada no poste, a definição do raio da curva de iluminação e a quantificação da intensidade luminosa, conforme ilustrado na Figura 10.

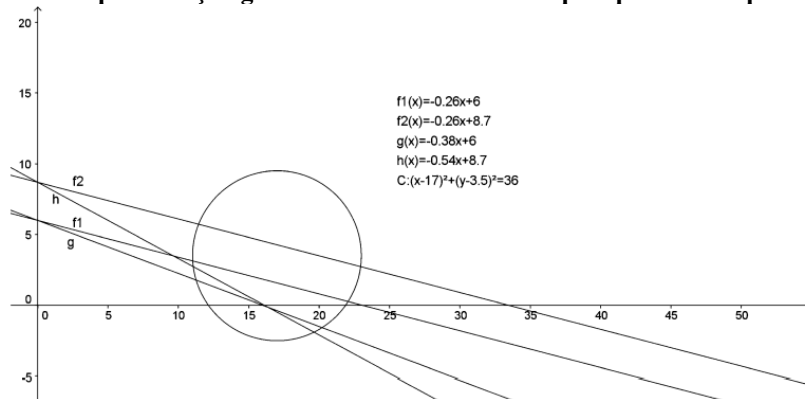
Figura 10. Sinais (interpretantes) gerados pelos alunos na atividade.



Fonte: Almeida & da Silva (2015).

Para definir a posição do poste, os alunos aplicaram o conceito de semelhança de triângulos. Esse emprego de conhecimento matemático se revela fundamental na condução do raciocínio para a solução do problema. Ao tecerem considerações sobre a altura ideal de poda e ao plotarem as equações no gráfico, conforme ilustrado na Figura 11, os estudantes reconheceram a importância de aprimorar a situação-problema. Eles buscaram representar matematicamente a situação por meio de um gráfico tridimensional (correspondente à etapa 5 proposta por Burak), compreendendo que "os modelos fornecem apenas aproximações do real comportamento" (D'Ambrosio, 2009).

Figura 11. Representação gráfica das linhas indicadas pela poda da Copel.



Fonte: Almeida & da Silva (2015).

A atividade registrada por Almeida e da Silva *et al.* (2015) mostrou-se um grande desafio, mesmo para alunos que tiveram experiência anterior com Modelagem Matemática, pois o grupo de alunos teve a necessidade de coletar dados indo às ruas fazer medições de árvores e postes e, modelar os dados coletados na forma de gráficos e esboços, revelando que se por um lado, o termo "modelagem" foca na direção da **realidade** → **Matemática**, por outro lado e de forma mais geral, enfatiza os processos envolvidos (BLUM, 2002).

De acordo com Burak (1987), a modelagem é um processo de aprendizado que se realiza por meio da ação, envolvendo a construção ativa de modelos matemáticos e o empenho na sua contínua melhoria, resultando na compreensão matemática da realidade. Essa abordagem transcende a simples memorização cega de padrões e funções prontas, destacando-se pela pesquisa dedutiva, pelo diálogo e pelo engajamento cognitivo na construção do conhecimento matemático. Vale ressaltar que a modelagem é uma habilidade adquirida principalmente por meio da ação prática, envolvendo a criação e aprimoramento constante de modelos matemáticos para interpretar e compreender a realidade (BURAK *et al.* 1992).

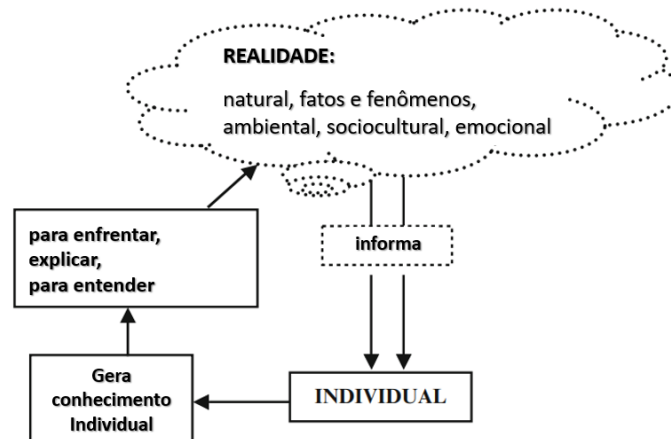
No contexto do problema apresentado por Almeida e da Silva *et al.* (2015) merece destaque a busca por uma solução analítica. Mesmo que haja necessidade de reduzir os coeficientes variáveis a constantes, essa abordagem revela-se valiosa, porque a equação simplificada oferece *insights* sobre o comportamento do sistema como um todo. Dessa forma, o modelo desenvolvido alinha-se de maneira consistente com a realidade observada durante a coleta de dados e em campo.

Para sistematizar a abordagem a problema em Modelagem Matemática, assim como os alunos realizaram em sua atividade, pode-se recorrer aos passos propostos por Slingerland e Kump (2011, p. 11):

1. Tenha a imagem física claramente em mente.
2. Definir os processos físicos a serem tratados e os limites do modelo.
3. Anote as leis e funções de transporte a serem usadas.
4. Coloque muito claramente as suposições restritivas feitas.
5. Faça o balanço, primeiro em palavras e depois em símbolos.
6. Verifique as unidades.
7. Anote as condições iniciais e de contorno.
8. Verifique, valide e resolva o modelo matemático.

Seguindo a mesma linha, D’ambrosio (2009) destaca a relevância da textura antropológica, social, científica do mundo real na formalização de um modelo (Figura 12):

Figura 12. O ciclo do conhecimento gerado pelo indivíduo.



Fonte: D'ambrosio (2009).

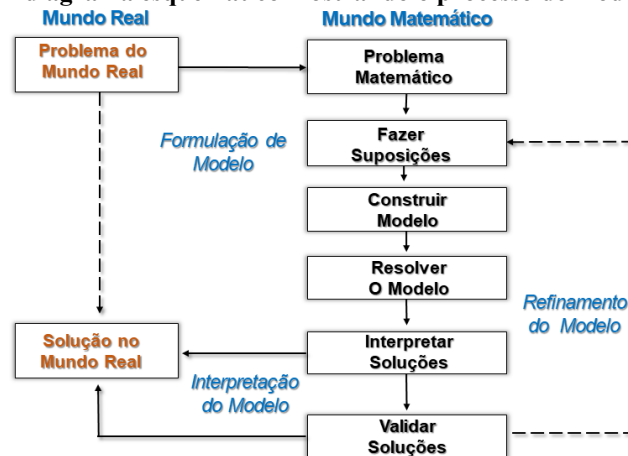
Niss *et al.* (2007) assinalaram como um imperativo do campo da educação em modelagem, a necessidade de articular essa prática com o mundo em que vivemos, com escopo de resolver problemas situados na realidade, ampliando o exercício da cidadania e do pensamento crítico:

O empreendimento de modelagem envolve identificar e abordar questões abertas, criar, refinando e validando modelos (...). Estes compartilham uma ligação do campo da Matemática com alguns aspectos do mundo, com o propósito de conhecimento, mas também assegurar ou promover a sustentabilidade da saúde, educação e bem-estar ambiental, e a redução da pobreza e das desvantagens (Niss *et al.*, 2007, p. 17-18).

Inicialmente, muitos alunos podem perceber a ausência de dados necessários ou a indisponibilidade para a aplicação de ferramentas Matemáticas. Para alguns deles, entender como problemas podem ser apresentados e descritos por meio de equações matemáticas será desafiador. Começarão fazendo aproximações, tratando os dados de forma matematicamente simples, ou seja, matematizando. O professor desempenhará papel relevante ao contribuir na criação de modelos (que podem envolver Matemática) que claramente não levam em conta todos os aspectos do problema ou situação de forma abrangente.

No entanto, à medida que comecem a realizar cálculos para interpretar o resultado, bem como o caminho que os levou até lá, essa interpretação pode seguir diferentes direções. Os resultados iniciais ajudarão a questionar o próprio progresso, uma vez que os resultados podem não ser satisfatórios ou darem a impressão de que o problema não justifica mais esforço (Figura 13).

Figura 13. Um diagrama esquemático mostrando o processo de modelagem.



Fonte: Cheng (2019).

Os problemas resultantes frequentemente demandam dados mais detalhados e adicionais, ferramentas matemáticas mais complexas ou uma descrição mais precisa do problema ou objetivos reais. Esse processo contribuirá para o envolvimento dos alunos na prática significativa das operações algébricas elementares, ampliando suas habilidades cognitivas.

3.6 A Modelagem Matemática na estrutura do PISA 2022

De forma geral, a avaliação do PISA busca mensurar a eficácia aplicada pelos países no preparo dos alunos para uso da Matemática em todos os aspectos de suas vidas pessoais, cívicas e profissionais. Nesse aspecto, a formação para raciocínio matemático elaborado contribui como parte integrante essencial para vivência de uma cidadania construtiva, engajada e reflexiva do século XXI.

O PISA 2022 visa considerar a Matemática em um mundo em rápida mudança, impulsionado por novas tecnologias e tendências em que os cidadãos são criativos e engajados, fazendo julgamentos não rotineiros para si mesmos e para a sociedade em que vivem. Isso coloca em foco a capacidade de raciocinar matematicamente, que sempre fez parte da estrutura do PISA. A capacidade de raciocinar logicamente e apresentar argumentos de maneira honesta e convincente é uma habilidade que está se tornando cada vez mais importante no mundo de hoje (OECD, 2018).

O trabalho de Mogens Niss e seus colegas dinamarqueses (NISS, 2003; NISS e JENSEN, 2002; NISS e HØJGAARD, 2011) identificaram capacidades, referidas como “competências” por Niss, que são instrumentais para o comportamento matemático (Quadro 4):

Quadro 4. Competências em modelação.

COMPETÊNCIAS	DESCRIÇÃO
1. Comunicação	Capacidade de ler, decodificar e interpretar declarações, perguntas, tarefas ou objetos permite que o indivíduo forme um modelo mental da situação;
2. Matematização	Capacidade de transformar um problema definido no mundo real em um problema estritamente forma Matemática que pode incluir estruturar, conceituar, fazer suposições e/ou formular uma modelo, ou interpretar ou avaliar um resultado matemático ou um modelo matemático em relação ao original problema.
3. Representação	Capacidade de selecionar, interpretar, traduzir e usar uma variedade de representações para capturar uma situação, interagir com um problema ou apresentar seu trabalho. As representações referidas incluem gráficos, tabelas, diagramas, imagens, equações, fórmulas e materiais concretos.
4. Raciocínio e argumentação	Capacidade de envolver logicamente processos de pensamento que exploram e ligam os elementos do problema para fazer inferências a partir deles, verifique uma justificativa que é dada, ou forneça uma justificativa de declarações ou soluções para problemas.
5. Conceber estratégias para resolver problemas	Elaboração de estratégias para resolver problemas matematicamente. Isso envolve um conjunto de processos críticos de controle que orientam um indivíduo a reconhecer, formular e resolver problemas.
6. Uso de linguagem e operações simbólicas, formais e técnicas	Uso de linguagem simbólica, formal e linguagem técnica e operações. Isso envolve compreender, interpretar, manipular e fazer uso de expressões simbólicas dentro de um contexto matemático (incluindo expressões e operações aritméticas) governadas por convenções e regras Matemáticas.
7. Usando ferramentas Matemáticas	Conhecimento de várias ferramentas Matemáticas (que abrangem ferramentas físicas, como instrumentos de medição, bem como calculadoras e ferramentas baseadas em computador que estão se tornando mais amplamente disponíveis) que podem auxiliar a atividade Matemática, e conhecer as limitações de tais ferramentas.

Fonte: Niss *et al.* (2007).

Na estrutura Matemática do PISA 2022, o raciocínio matemático é possibilitado por entendimentos-chave que sustentam a Matemática escolar. Entre essas dimensões fornecedores de estrutura e suporte ao raciocínio matemático (tanto dedutivo e indutivo), está a Modelagem Matemática (por meio da matematização) apresentada como uma lente para o mundo real, como por exemplo, as modelagens utilizadas nas ciências físicas, biológicas, sociais, econômicas e comportamentais (OECD, 2018).

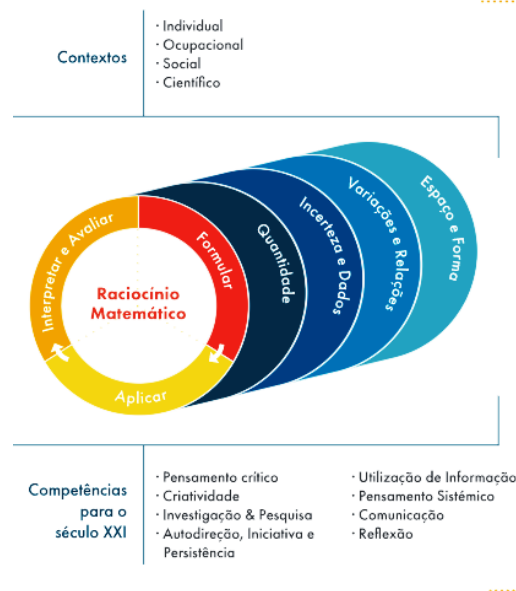
A avaliação da Matemática teve um significado especial para o PISA 2003, 2012, e 2022, pois a Matemática foi o principal domínio avaliado, com destaque para o ciclo de modelagem Matemática, para descrever os estágios pelos quais os indivíduos passam na resolução de problemas contextualizados (OECD, 2004, 2013; BRASIL, 2021).

Segundo Pereira e Moreira (2020) a primeira aplicação tendo como domínio principal a área de Matemática, foi a avaliação do PISA 2003, cujas diretrizes delineadas no documento da OCDE consideram fundamental que os alunos fossem ativos na resolução de problemas, trazendo a concepção de letramento coesa à modelagem Matemática, conforme exarado:

[...] capacidade do indivíduo de identificar e compreender o papel que a Matemática desempenha no mundo, de fazer avaliações bem-fundamenta-das, e de utilizar a Matemática e envolver-se com ela de formas que atendam a suas necessidades de vida enquanto cidadão construtivo, engajado e reflexivo (OCDE, 2005).

A Figura 14 destaca a centralidade do raciocínio matemático tanto para a alfabetização Matemática quanto para o ciclo de resolução de problemas pela Modelagem Matemática conforme estrutura do PISA 2003 e do PISA 2012:

Figura 14. Relação entre o raciocínio matemático e o ciclo de resolução de problemas.



Fonte: OECD (2018).

No PISA, os modelos matemáticos são vistos como representação conceitual de um fenômeno da vida real ou científico. São, nesse sentido, abstrações da realidade.

Um modelo pode apresentar uma conceituação que se entende como uma aproximação ou hipótese de trabalho sobre o fenômeno objeto ou pode ser uma simplificação intencional. Os modelos matemáticos são formulados em linguagem Matemática e usam uma ampla variedade de ferramentas e resultados matemáticos (por exemplo, da aritmética, álgebra ou geometria). Portanto, eles são usados como formas de definir precisamente a conceituação ou teoria de um fenômeno, para analisar e avaliar dados (o modelo se ajusta aos dados?), e para fazer previsões. Os modelos podem ser operados, ou seja, feitos para serem executados ao longo do tempo ou com entradas variadas, produzindo assim uma simulação (OECD, 2018).

Em geral, nas questões de Matemática no topo da escala, cobradas no PISA, os itens tendem a ter vários elementos que precisam ser vinculados pelos alunos, exigindo níveis mais elevados de interpretação, e um grau mais maduro de reflexão ponderada, criatividade e abordagem estratégica para várias etapas inter-relacionadas. As atividades típicas envolvidas incluem: interpretar e dados desconhecidos; impor uma construção Matemática em uma situação complexa do mundo real; e usando processos de Modelagem Matemática. É aqui que a Modelagem Matemática ganha seu espaço peculiar (OECD, 2004).

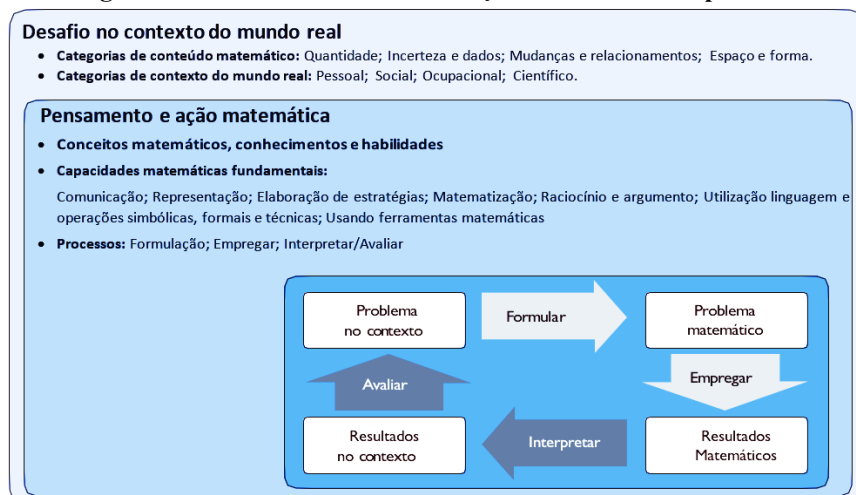
O PISA espera que o aluno realize a etapa da modelagem e avalie a solução Matemática encontrada por meio da interpretação dos resultados dentro da situação original do mundo real:

Para que os alunos sejam alfabetizados matematicamente, eles devem ser capazes, primeiro de usar seu conhecimento de conteúdo matemático para reconhecer a natureza Matemática de uma situação (problema) especialmente aquelas situações encontradas no mundo real e então formulá-lo em termos matemáticos. Essa transformação – de um mundo real ambíguo, confuso e situação a um problema matemático bem definido – requer raciocínio matemático. Uma vez a transformação é feita com sucesso, o problema matemático resultante precisa ser resolvido usando os conceitos matemáticos, algoritmos e procedimentos ensinados nas escolas. No entanto, pode exigir a tomada de decisões estratégicas sobre a seleção dessas ferramentas e a ordem de sua aplicação – esta também é uma manifestação do raciocínio matemático. Por fim, a definição do PISA nos lembra da necessidade de o aluno avaliar a solução Matemática interpretando os resultados dentro da situação original do mundo real (OECD, 2018).

O uso esperado de processos de Modelagem Matemática pelo PISA, dá um espaço de relevância amplo a essa metodologia, por envolver muitos países em seu arcabouço. Para OECD (2013) o ciclo de modelagem é um aspecto central da concepção do PISA aos alunos como solucionadores de problemas ativos. Entretanto, muitos itens do PISA envolvem apenas partes do ciclo de modelagem. Em alguns casos, representações Matemáticas, como gráficos ou equações, são dadas que podem ser manipuladas diretamente para responder a alguma pergunta ou desenhar algumas conclusões.

Na representação visual do ciclo de Modelagem Matemática na caixa interna da Figura 15, uma série idealizada de etapas que começam com o "problema no contexto", com identificação da Matemática relevante na situação-problema e formulação da situação matematicamente, simplificando suposições feitas OECD (2013).

Figura 15. Um modelo de alfabetização Matemática na prática.



Fonte: OECD (2013).

Assim, o aluno transforma o “problema no contexto” em um “problema matemático” favorável ao tratamento matemático. Na próxima etapa, ele emprega conceitos matemáticos, procedimentos, fatos e ferramentas para obter "resultados matemáticos". Esta etapa normalmente envolve raciocínio matemático, manipulação, transformação e computação. Em seguida, os “resultados matemáticos” precisam ser interpretados em termos do problema original (OECD, 2013).

Para ilustrar a discussão teórica em torno a presença do conceito de Modelagem Matemática nas questões do Pisa, vejamos um estudo de caso envolvendo a aplicação do PISA em 1999.

3.6.1 Estudo de caso da Modelagem Matemática no PISA: o problema das pizzas

Usado inicialmente no primeiro ensaio de campo do PISA em 1999, depois foi lançado para fins ilustrativos e apareceu como um item de amostra em cada versão da estrutura de Matemática do PISA publicada desde 2003, o item de resposta mostrado na Figura 16 é simples na forma, mas rico em conteúdo e ilustra vários elementos da estrutura Matemática (OECD, 2013):

Figura 16. Item para a unidade PIZZAS.

PIZZAS

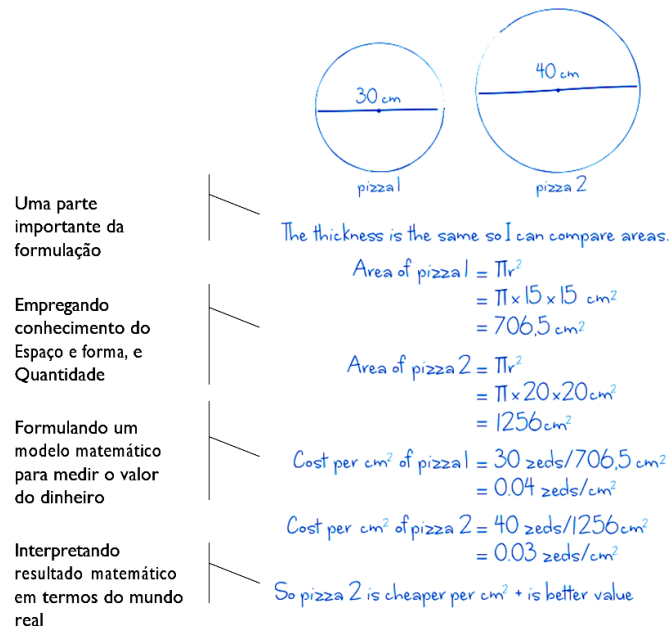
Uma pizzaria serve duas pizzas redondas da mesma espessura em tamanhos diferentes. O menor tem 30 cm de diâmetro e custa 30 zeds. O maior tem 40 cm de diâmetro e custa 40 zeds. Qual pizza tem melhor custo-benefício? Mostre seu raciocínio.

.....
Fonte: OECD (2013).

O processo de solução para *PIZZAS* exige o acionamento das capacidades Matemáticas fundamentais. A necessidade de matematizar a situação é um ponto chave do problema, especificamente a necessidade de formular um *modelo* que capture valor por dinheiro. O aluno deve conceber uma representação dos aspectos relevantes do problema, incluindo o simbólico, representação da fórmula de cálculo de área e a expressão das taxas que representam a relação custo-benefício, a fim de desenvolver uma solução (OECD, 2013).

O raciocínio exigido (verificar que a espessura das pizzas pode ser ignorada), assim como, a necessidade de traçar estratégias para controlar o cálculo e processos de modelagem necessários são bem significativos. Para uso de símbolos, formais e linguagem técnica entra em jogo o conhecimento conceitual e processual, sendo necessária a manipulação de cálculos de geometria do círculo conforme Figura 17 (OECD, 2013).

Figura 17. Exemplo de resposta para PIZZAS.



Fonte: OECD (2013).

O item se baseia em várias áreas da Matemática. Além de elementos geométricos, a questão também envolve a necessidade implícita de comparar a quantidade de pizza em relação a quantia de dinheiro. O item pertence à categoria de processo de formulação. Um passo fundamental para resolver este problema, de fato, o principal problema cognitivo demandado, é formular um modelo matemático que encapsule o conceito de valor pelo dinheiro.

O estudante deve compreender que, idealmente, as pizzas possuem uma espessura uniforme, e dado que as espessuras são iguais, a ênfase da análise pode ser direcionada para a área da superfície circular da pizza, em vez de considerar o volume ou a massa (OECD, 2013).

3.7 Conclusão

Apoiado na discussão teórica realizada até aqui, pode-se inferir que a Modelagem Matemática é uma metodologia ativa que promove o protagonismo do aluno, a aprendizagem significativa e o desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas como, por exemplo, as que envolvem a resolução de problemas. Ela colabora para que os alunos apliquem seus conhecimentos em contextos reais e relevantes, desenvolvendo sua capacidade de resolver problemas.

A relação entre a Modelagem Matemática e a Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas é estreita. Ambas abordagens se concentram no aluno e em sua capacidade de

resolver problemas. A Modelagem Matemática, entretanto, fornece um contexto mais rico e desafiador para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas. O estudo de caso apresentado demonstrou que a Modelagem Matemática pode ser uma ferramenta eficaz para o ensino-aprendizagem da Matemática.

Multidisciplinar, com contribuições cruciais na ciência, engenharia, navegação, relações cambiais, tecnologia, entre tantos outros, a Modelagem Matemática se destaca como uma metodologia de ensino-aprendizagem diretamente alinhada as metodologias ativas e as teorias da aprendizagem do cognitivismo (aprendizagem como um processo interno, que envolve o pensamento) que permite aos alunos perceber a importância da matemática como uma ferramenta para compreender e resolver problemas do mundo real.

Seu uso na educação matemática promove uma abordagem mais envolvente e conectada à realidade dos estudantes, capacitando-os a aplicar a matemática em situações práticas e colaborativas. Com uma história que remonta aos tempos antigos, a Modelagem Matemática continua a evoluir e desempenhar um papel crucial na educação e na pesquisa científica.

No próximo capítulo será apresentado o roteiro metodológico da pesquisa: sua natureza, objetivos e aplicações.

4. ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO

O presente capítulo apresenta o delineamento da pesquisa, que é um processo de planejamento e organização das etapas e procedimentos que serão adotados para a realização do estudo. Destacam-se a natureza, os objetivos, o problema abordado, os participantes da pesquisa, a coleta de dados e as etapas e procedimentos metodológicos.

4.1 Delineamento da investigação

Neste item, será apresentado o delineamento da investigação. Ele desempenha papel preponderante na pesquisa, roteirizando a metodologia que norteará todo o processo da investigação sobre o problema da pesquisa. Este ponto é colocado em relevo, devido a uma preocupação de Araújo (2009) sobre constantes problemas quanto a relevância de critérios de cientificidade e ausência de rigor metodológico nas investigações em Modelagem.

Para Bogdan e Bikle (1994, p. 64) a investigação científica implica um escrutínio empírico e sistemático que se baseia em dados. É por meio do delineamento se definem as estratégias de coleta de dados, os instrumentos de pesquisa e os métodos de análise, evitando lacunas metodológicas na pesquisa e garantindo a validade e a confiabilidade dos resultados obtidos.

Dessa forma, a pesquisa pretendeu investigar impactos positivos e desafios de uma prática de ensino-aprendizagem em Modelagem Matemática ante problemas que permeiam o contexto do mundo real em que o aluno está inserido.

4.2 Natureza da pesquisa

Para responder ao problema proposto, foi escolhida uma pesquisa de natureza qualitativa, pois esse tipo de pesquisa atende melhor os objetivos da investigação.

Quando é adequado usar a pesquisa qualitativa? Para Creswell (1994) quando há necessidade de estudar um grupo (como uma sala de aula) e identificar variáveis que não podem ser medidas facilmente. Quando se quer escutar vozes silenciadas e precisa-se de uma compreensão complexa e detalhada de um problema (como as dificuldades de aprendizagem em matemática), falando diretamente com as pessoas (os alunos capturando suas percepções), indo até onde estão e lhes possibilitando que contem histórias livres do que esperamos encontrar ou do que lemos na literatura (por meio da dinâmica de grupo focal), fazendo-os

examinarem nossas perguntas de pesquisa ou colaborarem conosco durante a análise dos dados e as fases de interpretação da pesquisa, porque queremos compreender os contextos ou ambientes em que os participantes de um estudo abordam um problema ou questão. Por isso, realizar uma pesquisa qualitativa requer um forte comprometimento para estudar um problema e com suas demandas de tempo e recursos (CRESWELL, 1994).

Portanto, a pesquisa qualitativa possui características que atendem o propósito da pesquisa de avaliar uma prática de ensino-aprendizagem ativa que envolva Modelagem Matemática por meio de atividades sugeridas, pois as “pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações” (BORBA, 2006). Além disso, “ao apreender as perspectivas dos participantes, a investigação qualitativa faz luz sobre a dinâmica interna das situações, dinâmica esta que é, frequentemente, invisível para o observador exterior” (BOGDAN e BIKLE, 1994, p. 51).

Para Creswell (2014), o estudo qualitativo exige do pesquisador um forte comprometimento para estudar um problema e com suas demandas de tempo e recursos, com disposição a comprometer-se com um tempo prolongado *in loco*, tentando obter acesso, *rapport* e uma perspectiva de “inclusão”, engajado na desafiadora tarefa solitária de ponderar sobre a base de dados consiste em textos e imagens complexos.

Efetuar “trabalho de campo”, uma observação participante com entrevistas em profundidade dependendo grandes quantidades de tempo nos locais de investigação com os sujeitos da investigação. Registrar os seus apontamentos por escrito como modo de preservar os dados a analisar, incluindo grande quantidade de descrições, registros de conversas e diálogos. A investigação educacional possui muitos exemplos deste tipo (BOGDAN E BIKLEN, 1994).

No entender do pesquisador D’ambrosio (2006), esse é “o caminho para escapar da mesmice. Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas”. Para o pesquisador, o próprio *Journal for Research in Mathematics Education* (NCTM), periódico acadêmico que cobre o campo da Educação Matemática, estimula, atualmente, a publicação de artigos baseados em pesquisa qualitativa, evidenciando uma notável aceitação dessa modalidade de pesquisa nas suas inúmeras variantes (D’AMBROSIO, 2006, p. 19).

Esta grande diversidade de investigações e investigadores qualitativos que se empenham a estudar as questões educacionais reflete uma maturidade e sofisticação

crecentes da abordagem (BOGDAN e BIKLEN, 1994). Concordante com o argumento, Espinosa (2013) completa:

Precisamente, a diversidade de abordagens ou paradigmas de investigação enriquece o debate e, em certa medida, ajuda a melhorar a aprendizagem da Matemática, a banir a má imagem dela das salas de aula e, o mais importante, a educar os alunos também com Matemática e não só para Matemática (p. 14).

Algumas das características da pesquisa qualitativa (CRESWELL, 2014; BOGDAN E BIKLEN, 1994), possibilitam uma investigação mais aprofundada e contextualizada sobre problema levantado para objeto de estudo do presente trabalho, a saber:

- A fonte direta de dados é o *habitat* natural;
- O pesquisador é um instrumento-chave;
- múltiplas formas de dados reunidos de forma descritiva;
- Interesse pelo processo;
- Uso de raciocínio complexo na análise dos dados por meio da lógica indutiva;
- Significados atribuídos pelos participantes à questão-problema da pesquisa;
- Projeto emergente.

Portanto, a pesquisa qualitativa se apresenta com uma abordagem acertada para uma pesquisa sobre as contribuições proporcionadas por uma prática de ensino-aprendizagem ativa que envolva Modelagem Matemática, pois permite ao pesquisador compor uma interpretação mais profunda baseada em evidências retiradas dos dados ambientados no “chão da sala de aula” com o pesquisador-pesquisador da turma compreendendo as nuances e complexidades do problema de forma ativa durante o processo de coleta e análise de dados, anotando minuciosamente observações específicas para chegar a conclusões gerais.

4.3 Postura epistemológica e paradigma de pesquisa

Para Denzin e Lincoln (2006), a postura epistemológica representa a posição filosófica sobre a natureza da realidade, do coconhecimento de da pesquisa. O movimento de investigação qualitativa baseia-se em uma profunda preocupação com a compreensão do que os outros seres humanos estão fazendo ou dizendo. Analisar a reação dos alunos em torno da contribuição da Modelagem Matemática está sujeito a muitas interpretações. Interpretações deles mesmos sobre seu crescimento intelectual e interpretação do professor-pesquisador na lide da coleta de dados.

Por isso, será adotado a postura epistemológica interpretativista, por esta carregar aspectos compatíveis com o objeto da pesquisa: a ação humana considerada significativa;

evidencia um compromisso ético na forma de respeito e de fidelidade em relação à experiência de vida; a partir de um ponto de vista epistemológico, compartilham do desejo de enfatizar a contribuição da subjetividade humana (ou seja, da intenção) em relação ao conhecimento sem sacrificar, desse modo, a objetividade do conhecimento (DENZIN e LINCOLN, 2006).

Para os autores citados, a

A pesquisa qualitativa envolve o estudo do uso e a coleta de uma variedade de materiais empíricos — estudo de caso; experiência pessoal; introspecção; história de vida; entrevista; artefatos; textos e produções culturais; textos observacionais, históricos, interativos e visuais — que descrevem momentos e significados rotineiros e problemáticos na vida dos indivíduos. Portanto, os pesquisadores dessa área utilizam uma ampla variedade de **práticas interpretativas interligadas, na esperança de sempre conseguirem compreender melhor o assunto que está ao seu alcance**. Entende-se, contudo, que cada prática garante uma visibilidade diferente ao mundo. Logo, geralmente existe um compromisso no sentido do emprego de mais de uma prática interpretativa em qualquer estudo (DENZIN e LINCOLN 2006, p. 17, grifo nosso).

Toda investigação holística da “geração [cognição], organização intelectual [epistemologia] e social [História] e difusão [educação] do conhecimento matemático” (D’AMBROSIO, 2008) requer a adoção de um paradigma de pesquisa. A noção de paradigma é radicada em Kuhn (1998), para designar, em linhas gerais para designar um conjunto de valores, concepções, procedimentos e modelos epistemológicos compartilhados por cientistas postos sob a égide de uma mesma escola teórica, ou seja, uma “constelação de crenças, valores, técnicas, etc..., partilhadas pelos membros de uma comunidade determinada” (Kuhn, 1998).

Com ausência de uma tradução mais fechada em português para o termo paradigma (do grego, *παράδειγμα*), geralmente adota-se a palavra *modelo* como tradução. Para além de uma tradução dicionarizada, Bogdan e Biklen (1994) ressalta um aspecto relevante à noção paradigmática na pesquisa científica

Um paradigma consiste num conjunto aberto de asserções, conceitos ou proposições logicamente relacionados e que orientam o pensamento e a investigação. Quando nos referimos a "orientação teórica" ou a "perspectiva teórica", estamos a falar de um modo de entendimento do mundo, das asserções que as pessoas têm sobre o que é importante e o que é que faz o mundo funcionar. Os bons investigadores estão conscientes dos seus fundamentos teóricos, servindo-se deles para recolher e analisar os dados (BOGDAN E BIKLEN, 1994).

A presente pesquisa se posiciona no paradigma de pesquisa qualitativo. Uma posição que para Melo (2020) ressalta a presença ontológica de múltiplas realidades que existem sob a forma de construções mentais e socialmente localizadas. Nesse aspecto, a Matemática é uma

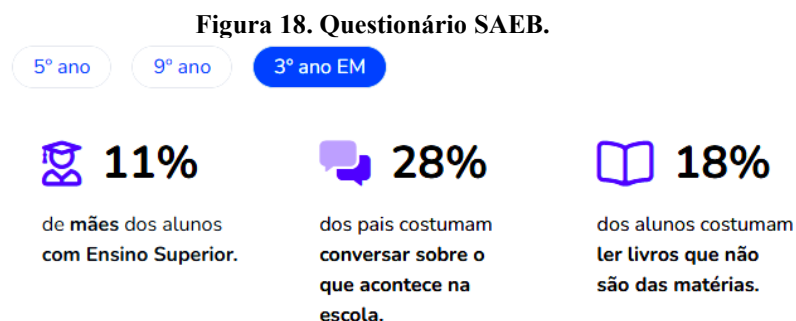
construção social, coletivamente por muitos indivíduos. O processo de gerar conhecimento é enriquecido pelo intercâmbio com outros conhecimentos imersos no mesmo processo (D'Ambrosio, 2005).

Nas colocações de Coutinho (2008) “o paradigma qualitativo pretende substituir as noções de explicação, previsão e controle do paradigma quantitativo pelas de compreensão, significado e ação em que se procura penetrar no mundo pessoal dos sujeitos” (COUTINHO, 2008, p. 6). Para Geertz (1989) o homem é um animal suspenso numa teia de significados por ele mesmo estabelecida, tomo a cultura como sendo daqueles e, portanto, a análise desses significados depende de uma ciência interpretativa em busca do sentido.

4.4 Os participantes da pesquisa

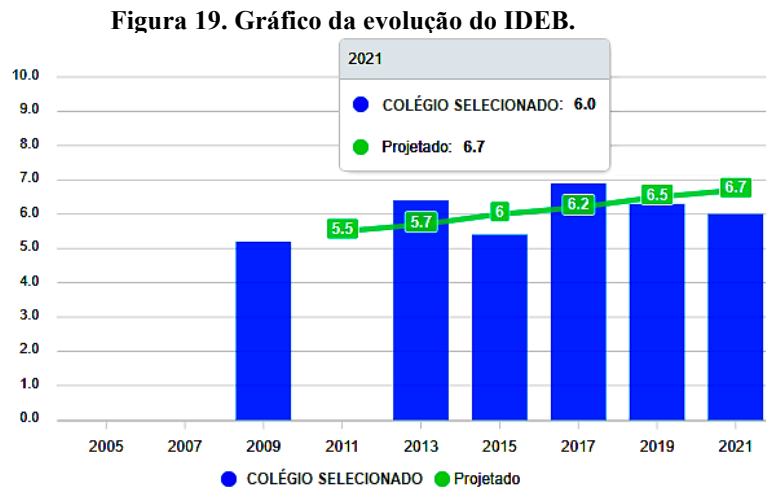
A condução de atividades em Modelagem Matemática para fins de pesquisa foi implementada em uma turma de 3ª série do Ensino Médio em uma unidade escolar estadual localizado em Anápolis-GO. Nesse contexto, procedeu-se à coleta de dados qualitativos para a pesquisa. Vale ressaltar que o colégio desempenha um papel social significativo na comunidade, sendo a única instituição de ensino público estadual na região.

Com IDEB - Indicador de Qualidade de 4,9 no seu Ensino Médio (funcionando no período matutino), o Portal QEdu (2021) destaca 11% de mães dos alunos com Ensino Superior, 28% dos pais com costume conversar sobre o que acontece na escola e 18% dos alunos com costume de ler livros que não são das matérias (Figura 18). Os estudantes da turma de 3º Série (aprox. 6 alunos) que atuaram na pesquisa, estavam na faixa etária média de 17 à 18 anos.



Fonte: Portal QEdu (2021).

Localizada em um bairro perimetral da cidade, essa unidade escolar do CRE – Coord. Regional de Anápolis foi escolhida em face de uma queda em seu Indicador de qualidade da educação básica (IDEB) mais recente, com 0,7 a menos do projetado para 2021 (Figura 19).



Fonte: Portal QEdU, (2021).

Na Distribuição dos alunos por proficiência, que posiciona o aprendizado do aluno em 4 níveis qualitativos de proficiência, 50% dos alunos da classe (10 alunos) ficaram em nível insuficiente de proficiência, demonstrando pouquíssimo aprendizado matemático compatível com a série a que estão inseridos (Figura 20).

Figura 20. Distribuição dos alunos por proficiência.

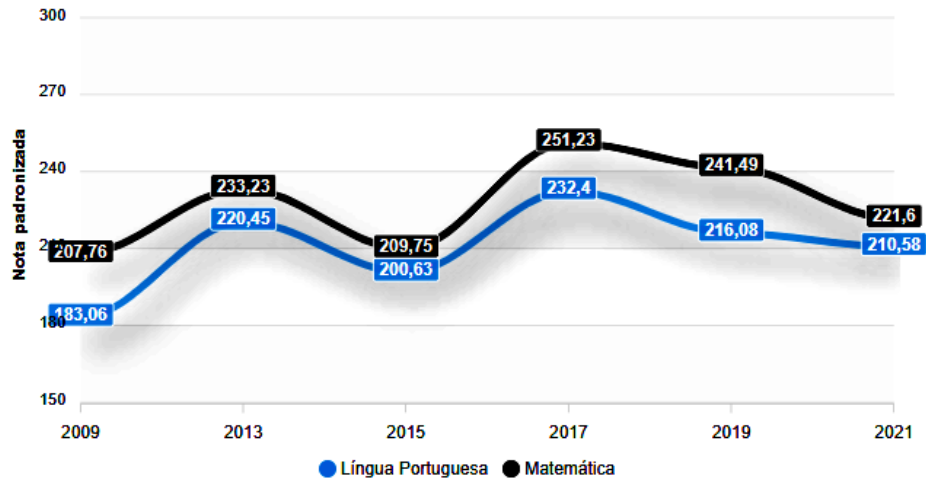


Fonte: Portal QEdU (2021).

A nota SAEB representa o desempenho dos alunos em uma importante avaliação externa realizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Esta nota é utilizada para avaliar a qualidade da educação básica no Brasil. Os

resultados do SAEB são divulgados pelo INEP e são utilizados por diversos agentes educacionais, como o Ministério da Educação, os governos estaduais e municipais, e as escolas. A unidade escolar teve uma queda acentuada de resultados, com a segunda nota mais baixa desde 2013, uma década antes, representando um retrocesso no ciclo estudantil para a 3ª Série do Ensino Médio (Figura 21).

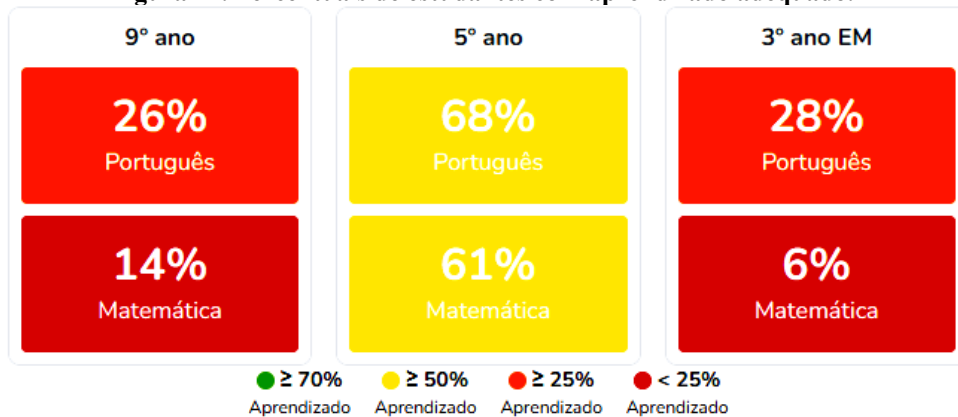
Figura 21. Gráfico da evolução da nota SAEB.



Fonte: Portal QEdU (2021).

Além disso, o percentual de estudantes com aprendizado adequado atingiu um número mais baixo na 3ª Série, comparado ao resultado de outras séries de finalização de ciclo: apenas 6% (Figura 22).

Figura 22. Percentuais de estudantes com aprendizado adequado.



Fonte: Portal QEdU (2021).

Diante de tudo isso, a pesquisa se mostrou necessária, tanto na área de Modelagem matemática, para verificar seu potencial de contribuição para mudança desse quadro, quanto de outras abordagens metodológicas ativas que permitam aos alunos explorar a matemática

sob uma perspectiva “interessante, exploratória, divertida e desafiadora, eliminando-se a matemática formalizada, bitolada, castradora” (D’Ambrósio, 1996, p.13).

4.5 O professor-pesquisador na pesquisa

Sobre este tópico, alguns autores (Creswell, 1994; Alves-Mazzotti e Gewandsznajder, 2004) destacam a relevância do pesquisador “se posicionar”, ou seja, transmitir (em uma seção sobre o método, uma introdução ou em outros locais do estudo) o seu *background* (experiências profissionais, experiências culturais, história), informando sua interpretação das informações em um estudo e o que ele tem a ganhar este estudo em uma pesquisa de natureza qualitativa (CRESWELL, 1994).

Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2004) destacam a relevância de

Considerando que, nos estudos qualitativos, o pesquisador é o principal instrumento de investigação, alguns autores recomendam que, nesses parágrafos iniciais da metodologia, ele forneça informações sobre suas experiências relacionadas ao tópico, ao contexto ou aos sujeitos. A recomendação se justifica pelo suposto de que tanto a formação intelectual do pesquisador, quanto suas experiências pessoais e profissionais relacionadas ao contexto e aos sujeitos introduzem vieses na interpretação dos fenômenos observados e, nesse caso devem ser explicitados ao leitor (p. 160).

Entretanto, para não confundir a função de professor com a função de pesquisador, durante a investigação, Bogdan e Biklen (1994) apresentam as características que o pesquisador (professor) carrega, concomitante o ato da pesquisa: o dever principal do observador é o de conduzir investigação, procedendo com rigor no que diz respeito ao registro detalhado daquilo que descobrem, sem interesse pessoal nas observações que faz e nos resultados que obtêm.

O investigador é treinado no uso de um conjunto de procedimentos e técnica desenvolvidos ao longo dos anos, com o objetivo de recolher e analisar dados. Baseia-se em teorias e resultados anteriores de investigação, que funcionam como um pano-de-fundo que fornece pistas para dirigir o estudo permite contextualizar os novos resultados. Deve diminuir quanto possível o "efeito do observador", interagindo com os sujeitos da pesquisa de forma natural, não intrusiva e não ameaçadora (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

O professor responsável pelas aulas de Matemática na turma selecionada para a pesquisa, conduziu o estudo em questão. Desde 2010, ele detém licenciatura plena em Matemática, com destaque para monografia resultante de uma pesquisa quantitativa sobre amostragem, utilizando a técnica *bootstrap* para a construção de intervalos de confiança na

área de Matemática inferencial. Com mais de cinco anos de experiência lecionando na escola pesquisada, ele tem acompanhado, ao longo desses anos, alunos com sérias dificuldades escolares, problemas sociais e questões familiares graves, além das disparidades de aprendizagem entre os alunos.

Durante esse período, o professor percebeu a falta de interesse de muitos estudantes em relação a diversas habilidades e expectativas de aprendizagem esperadas para a 3ª série do Ensino Médio, uma situação que se perpetua desde os ciclos anteriores. Constatou ainda que as turmas finais do Ensino Médio acumulam, no mínimo, 13 anos de carreira escolar, assimilando tudo que é possível (mas nem tudo que é esperado) em termos de crescimento estudantil na relação aluno-escola.

Além disso, diante dos resultados oficiais do portal QEdu (2021), que revelaram que 50% da turma se encontrava na faixa de proficiência insuficiente, conforme destacado anteriormente (Figura 22), em janeiro de 2021, o professor decidiu se posicionar: organizou uma reunião estratégica com a direção escolar, a coordenação pedagógica e a tutoria da CRE Anápolis.

O objetivo principal foi desenvolver um planejamento estratégico para implementar mudanças mais substanciais no cenário educacional apresentado, buscando aprimorar o desempenho dos alunos. Suas medidas foram fundamentadas em pesquisa, debate, investigação e ponderações com a academia. Ele enxergou como uma oportunidade introduzir ferramentas inovadoras na rotina escolar, especialmente no Ensino da Matemática.

Práticas ativas de ensino-aprendizagem foram cuidadosamente discutidas e referendadas como uma testagem piloto na turma-alvo do SAEB 2023. Entre essas práticas, foi destacada a Modelagem Matemática como um caminho metodológico pertinente para os alunos da unidade escolar selecionada para a pesquisa de intervenção.

Na investigação pedagógica, frequentemente, o investigador é um praticante (um professor, administrador ou especialista educacional) ou alguém próximo da prática, que pretende utilizar a abordagem qualitativa para otimizar aquilo que faz. O indivíduo deseja tomar-se mais eficaz no trabalho pedagógico ou clínico, sendo determinados aspectos da abordagem qualitativa um contributo para a reflexão sobre a eficácia pessoal e sua otimização. Ou, ainda, o indivíduo recorre à investigação qualitativa na sua prática pedagógica, por exemplo, auxiliando os alunos a explorar as suas próprias comunidades, inserindo-os em projetos que os levam à recolha de descrições e de relatos orais das pessoas relativos ao seu dia-a-dia (Bogdan; Biklen, 1994, p. 266).

A presente pesquisa proporcionou ao professor-pesquisador a oportunidade de explorar novas abordagens metodológicas visando fortalecer o processo de ensino-aprendizagem e alinhar a *práxis* pedagógica da escola com as modernas teorias educacionais.

4.6 Da coleta, tratamento e análise dados da pesquisa e seu tratamento ético.

A coleta adequada, sistemática e confiável de dados desempenha um papel fundamental na pesquisa, sendo crucial para a sua validade científica e integridade metodológica do estudo. Em uma pesquisa qualitativa, os dados apresentam natureza descritiva e interpretativa. Eles representam os

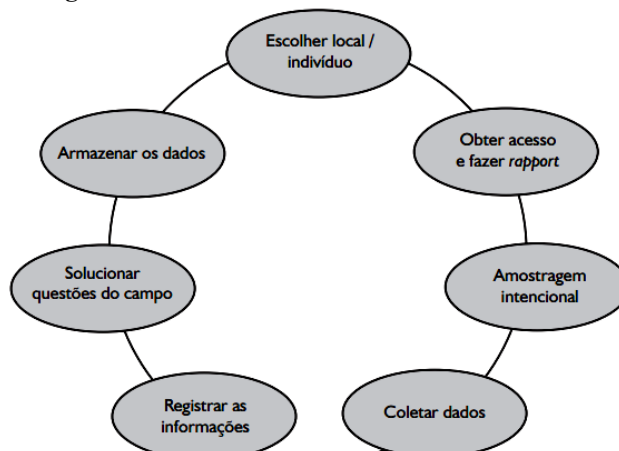
materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontram a estudar; são os elementos que formam a base da análise. Os dados incluem materiais que os investigadores registam ativamente, tais como transcrições de entrevistas e notas de campo referentes a observações participantes. Os dados também incluem aquilo que outros criaram e que o investigador encontra, tal como diários, fotografias, documentos oficiais e artigos de jornais. Os dados são simultaneamente as provas e as pistas. Coligidos cuidadosamente, servem como factos inegáveis que protegem a escrita que possa ser feita de uma especulação não fundamentada (Bogdan; Biklen, 1994, p. 149).

Creswell (1994), vai além, destacando que na pesquisa qualitativa, a coleta de dados

significa obter permissões, conduzir uma boa estratégia de amostragem qualitativa, desenvolver meios para registrar as informações e prever questões éticas que possam surgir. Também, nas verdadeiras formas de coleta de dados, os pesquisadores frequentemente optam por apenas conduzir entrevistas e observações (CRESWELL, 1994, p. 121).

O autor (op. cit., p. 122) destaca a relevância de estabelecer um *rapport* com os participantes ao coletar dados qualitativos. Além disso, enfatiza a importância de selecionar uma amostra intencional que represente de maneira específica um grupo de pessoas capaz de oferecer informações mais relevantes sobre o problema de pesquisa em questão (Figura 23).

Figura 23. Atividades de coleta de dados.



Fonte: Creswell (1994, p. 122)

Para o tratamento dos dados coletados, seguiu-se as cinco principais características estabelecidos por Bogdan e Biklen (1994) da investigação qualitativa que devem nortear a o tratamento dos dados:

1. Na investigação qualitativa dos fenômenos a fonte direta de dados é o ambiente natural, com sua complexidade (*op. cit.*, p. 16 e 47). Com os dados colhidos em contexto de ambiente natural, a abordagem qualitativa é também denominada naturalista “(...) porque o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenômenos nos quais está interessado, incidindo os dados recolhidos nos comportamentos naturais das pessoas” (*op. cit.*, p. 17).
2. A investigação qualitativa é descritiva. A descrição das atividades, pode ser fotografias, entrevistas, depoimentos, produções dos alunos com o tema sugerido por eles; os dados incluem transcrições de entrevistas, notas de campo, fotografias, vídeos, documentos pessoais, memorandos e outros registros oficiais. (*op. cit.*, p. 48)
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos (*op. cit.*, p. 49). Há uma preocupação a otimização do processo de ensino e aprendizagem.
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva (*op. cit.*, p. 50). O significado e o processo são cruciais: na compreensão do comportamento humano; que os dados descritivos representam a matéria mais importante a recolher e que a análise de tipo indutivo é a mais eficaz (*op. cit.*, p. 143).

A coleta de dados para a pesquisa em questão foi realizada a partir de diversos instrumentos, incluindo registros escritos dos estudantes, entrevistas, filmagens, fotos e depoimentos espontâneos. Os registros escritos foram realizados durante a realização das atividades de Matemática, conforme as etapas da Modelagem Matemática. As entrevistas foram realizadas em formato de questionário (Anexos 2, Anexo 3 e Anexo 4) e os depoimentos espontâneos foram colhidos na dinâmica do grupo focal durante a condução do planejamento estabelecido. As filmagens e fotos foram realizadas *in loco*, com divisão de tarefas estabelecida previamente no planejamento de ação de cada atividade empreendida.

Os dados colhidos foram organizados, classificados, quantificados e analisados de forma minuciosa. O conteúdo das entrevistas foi submetido à análise de conteúdo, uma técnica de pesquisa que segue os princípios preconizados por Bardin (1977): exclusão mútua, homogeneidade, pertinência, objetividade e fidelidade e produtividade (*op. cit.*, p. 120-121).

Essa fase foi cuidadosamente planejada, levando em consideração os parâmetros éticos essenciais para sua realização. Antes do início, todos os procedimentos foram

devidamente comunicados e discutidos com a coordenação pedagógica e a direção da unidade escolar, buscando anuência e autorização prévia para a aplicação do cronograma de pesquisa.

Para garantir a transparência da pesquisa, o desenho da pesquisa foi apresentado aos estudantes da turma selecionada de forma minuciosa. Os estudantes foram informados sobre os objetivos do estudo, os instrumentos de coleta de dados que seriam aplicados, e o propósito de avaliar, por meio desses instrumentos, o impacto da prática da Modelagem Matemática nas aulas ordinárias de matemática, visando fortalecer o processo de aprendizagem.

Além disso, os estudantes foram esclarecidos quanto à natureza voluntária da participação, sendo ressaltado que nenhum aluno era obrigado a participar e que poderia desistir a qualquer momento durante a aplicação dos instrumentos. Para assegurar a segurança dos participantes, foi informado a necessidade do uso de fitas de medição e trenas a laser, considerados seguros, com riscos mínimos e previsíveis de manejo.

Neste contexto, é relevante ressaltar que uma avaliação completa dos riscos e benefícios foi realizada, levando em conta todas as etapas da pesquisa, visando proteger integralmente os participantes. Essa avaliação envolveu uma análise criteriosa dos potenciais riscos associados aos instrumentos utilizados, como a medição, e a possível exposição a situações de desconforto ou acidentes.

Ao mesmo tempo, foram identificados os benefícios esperados, tais como o avanço no entendimento da Modelagem Matemática como ferramenta pedagógica eficaz. Essa abordagem sistemática proporcionou a tomada de medidas preventivas para mitigar os riscos identificados, garantindo, assim, a segurança e bem-estar dos participantes ao longo de todo o processo de intervenção.

Os alunos foram informados de que suas informações seriam tratadas com absoluto sigilo, e que apenas o responsável pela pesquisa teria acesso aos dados. Que os resultados da pesquisa seriam apresentados de forma dissertativa, sem identificar dados pessoais, vídeos, imagens ou áudios de gravações dos participantes.

Antes da participação efetiva, todos os alunos foram submetidos ao Termo de Assentimento Livre Esclarecido (TALE), conforme Anexo 1, o qual foi lido e explicado. Posteriormente, todos os 15 alunos matriculados e frequentes na turma assinaram o termo, consentindo voluntariamente em participar da pesquisa. Essas medidas visaram assegurar o respeito aos princípios éticos e a integridade dos participantes ao longo de todo o processo de intervenção em Modelagem Matemática.

No que diz respeito à integridade na coleta e análise de dados, é crucial destacar que todas as informações coletadas serão tratadas com absoluto respeito e imparcialidade. Os

procedimentos de coleta seguirão rigorosos padrões metodológicos, garantindo a confiabilidade e precisão dos dados.

Além disso, a análise foi conduzida de maneira imparcial, sem viés, visando fornecer resultados objetivos e fiéis à realidade observada. Essa abordagem ética visa preservar a integridade dos dados ao longo de todo o processo de intervenção, assegurando a qualidade e confiabilidade dos resultados apresentados.

Durante a pesquisa, foi fundamental documentar e comunicar os resultados, explicando e interpretando os dados coletados em cada etapa da Modelagem Matemática. Essas informações foram compartilhadas diretamente com os alunos envolvidos no estudo, promovendo uma comunicação transparente e direta sobre o andamento da pesquisa e seus resultados.

O foco não se limitou apenas às conclusões finais da pesquisa, mas também ao acompanhamento do progresso da aplicação, evidenciando a preocupação completa com a qualidade do processo e seus efeitos na aprendizagem dos alunos.

4.7 Das fases e procedimentos da pesquisa

A investigação foi conduzida por meio de uma abordagem sequencial, composta por fases distintas que permeiam planejamento, entrevistas e atividades de intervenção.

A **primeira fase** focou em estratégias para realizar uma revisão bibliográfica detalhada, envolvendo a organização, análise e síntese de uma seleção criteriosa de fontes para construir o referencial teórico da pesquisa.

Ao explorar as principais contribuições sobre Modelagem Matemática e analisar o estado atual do conhecimento na área, buscamos compreender as diversas concepções e experiências no ensino-aprendizagem dessa abordagem. Essa análise crítica não só fundamentou e contextualizou o tema da pesquisa, mas também ofereceu insights valiosos para o desenvolvimento da abordagem metodológica e a interpretação dos resultados.

Na primeira fase foram realizadas as seguintes ações:

- Estabelecimento de critérios para seleção bibliográfica, pautados na atualidade, relevância e abrangência temática em consonância com objeto da pesquisa;
- Pesquisa de materiais bibliográficos em plataformas acadêmicas como Google Acadêmico, SciELO, Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática (JIEEM), Educação Matemática

em Revista (EMR), Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática (PECEM);

- Leitura sistemática e fichamento de documentos oficiais (Brasil, 1998, 2006, 2018, 2021; OECD, 2004, 2018), títulos, dissertações e artigos científicos em publicações oficiais (Almeida (2010), Barbosa (2001), Bassanezi (2021), Biembengut (1999; 2016), Blomhøj (2009), Blum *et. al.* (2007), Blum e Leiß (2007); Burak (1987; 1992), Caldeira (2005), Cheng (2019), D'Ambrosio (1986), Kaiser e Sriraman (2006), Niss *et al.* (2007) entre outros);
- Organização, análise e síntese dos resultados da revisão bibliográfica para compor o referencial teórico da pesquisa.

A **segunda fase** da pesquisa centralizou-se na execução, análise e discussão das respostas provenientes dos questionários aplicados. O Questionário 1 e o Questionário 2 (Anexo 2 e Anexo 3), cada um composto por 10 itens, abrangiam respostas fechadas ou semiabertas, enquanto o Questionário 3 (Anexo 4), composto por três itens, com possibilidade de respostas abertas. A aplicação dos questionários ocorreu em sala de aula, durante o horário letivo, contemplando todos os 15 alunos matriculados na turma-alvo da pesquisa, especificamente uma turma de 3ª Série do Ensino Médio na Unidade Escolar selecionada para o estudo, situada na cidade de Anápolis-GO.

O propósito condutor dos questionários na pesquisa, foi adquirir informações essenciais acerca das perspectivas dos alunos em relação as aulas de Matemática. Buscou-se compreender os desafios enfrentados no processo de aprendizagem, colher opiniões sobre o formato das aulas, explorar experiências escolares, identificar motivações, investigar interesses de estudo e receber sugestões para aprimorar o ensino de Matemática.

A segunda fase da pesquisa compreendendo as seguintes ações:

- Elaboração dos questionários: as questões elaboradas foram alinhadas ao objetivo específico da pesquisa. Cada pergunta passou pelo crivo do orientador, garantindo a qualidade e relevância necessárias para uma coleta de dados consistente;
- Aplicação dos questionários: foi realizada de forma cuidadosa, inserida no contexto da sala de aula durante o horário letivo. O professor-pesquisador, responsável pela condução, forneceu orientações claras aos alunos, explicando os objetivos da pesquisa e instruções precisas sobre o preenchimento dos

questionários. Esse processo foi guiado por uma abordagem metódica, garantindo a compreensão adequada por parte dos participantes.

- Organização, análise e discussão dos dados provenientes dos questionários respondidos: as respostas dos questionários foram submetidas a uma análise qualitativa, seguindo critérios alinhados aos objetivos da pesquisa. Cada dado foi organizado e interpretado de maneira estratégica, proporcionando *insights* significativos para o entendimento aprofundado do tema em análise.

Na **terceira fase** do estudo, implementou-se uma dinâmica de grupo focal, aproveitando o tamanho reduzido da turma para envolver todos os alunos selecionados para a pesquisa. O objetivo principal dessa dinâmica foi complementar a fase anterior, buscando estimular uma discussão aberta e abrangente entre os alunos sobre uma variedade de questões relacionadas ao ensino de Matemática.

O intuito foi ampliar a compreensão sobre as percepções dos alunos em relação às práticas de ensino, identificar desafios específicos e colher sugestões valiosas para aprimorar ainda mais o processo educacional em Matemática. Durante essa etapa, a interação direta e a participação ativa dos estudantes foram incentivadas, proporcionando um ambiente propício para expressar perspectivas individuais e compartilhar experiências coletivas.

Suas etapas envolveram:

- **Planejamento da dinâmica:** o professor-pesquisador concebeu cuidadosamente as questões a serem abordadas durante a interação do grupo focal. Esse planejamento estratégico baseou-se nos resultados obtidos por meio dos questionários (Anexo 2, Anexo 3 e Anexo 4) aplicados na etapa anterior da pesquisa. Cada questão foi formulada com o intuito de aprofundar a compreensão das percepções dos alunos sobre a qualidade das aulas de Matemática na escola;
- **Condução da dinâmica de grupo focal:** a condução cuidadosa da dinâmica de grupo focal constituiu um momento estratégico da pesquisa, buscando proporcionar um espaço de interação rico e envolvente entre os alunos participantes. O cenário foi cuidadosamente preparado para fomentar discussões espontâneas e expressões autênticas das percepções dos estudantes sobre o tema central;
- **Gravação da Dinâmica:** a dinâmica de grupo focal foi registrada em formato de áudio para possibilitar análises subsequentes;

- **Análise dos dados:** a análise dos dados provenientes da dinâmica de grupo focal foi conduzida de maneira metódica, buscando extrair as percepções dos alunos de forma aprofundada. Cada interação, resposta e expressão durante a dinâmica foram registradas e organizadas de modo a revelar insights valiosos sobre a experiência dos estudantes em relação ao tema em foco. Essa análise minuciosa proporcionou um entendimento mais abrangente das dinâmicas presentes nas aulas de Matemática, contribuindo significativamente para a compreensão dos fatores que influenciam a qualidade do ensino dessa disciplina específica.

A **quarta fase**, compreendeu a fase da intervenção, abordagem comum para se avaliar impactos do uso de uma técnica ou método específico. Componente essencial da pesquisa realizada, foi implementada por meio da aplicação de atividades voltadas para a Modelagem Matemática, como instrumento de coleta de informações. Essas atividades foram cuidadosamente planejadas para proporcionar aos alunos uma experiência prática e envolvente com os conceitos matemáticos, visando ir além do tradicional ensino da disciplina.

Durante a aplicação dessas atividades, o objetivo central foi interpretar e avaliar o impacto das aulas que envolviam a Modelagem Matemática por meio da análise das anotações e registros de cálculos e conclusões realizados pelos alunos, além das respostas coletadas em um questionário de opinião (Anexo 5).

Este questionário foi elaborado para capturar as percepções dos estudantes em relação à abordagem da Modelagem Matemática, incluindo suas opiniões, compreensão dos conceitos abordados, possíveis dificuldades enfrentadas além de *insights* valiosos sobre a eficácia da Modelagem Matemática como estratégia de ensino.

Suas etapas envolveram:

- **Introdução à Modelagem Matemática e leitura exploratória sobre o tema:**

Nesta etapa, procurou-se introduzir os conceitos básicos da Modelagem Matemática e motivar os alunos a se envolverem nessa abordagem, conforme mostra a Figura 24.

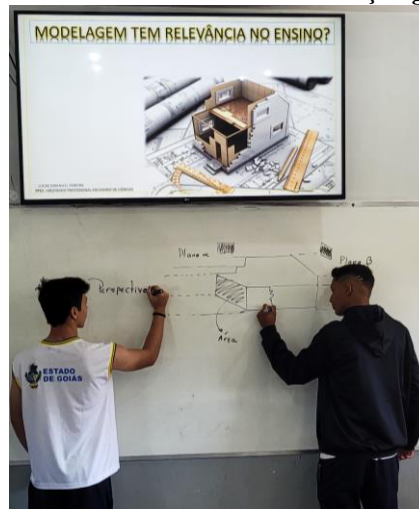
Figura 24. Apresentação da Modelagem Matemática.



Fonte: Autor (2022).

Com esse propósito, os estudantes foram expostos a diversos exemplos de Modelagem Matemática, cuidadosamente selecionados para despertar o interesse deles pela abordagem, apresentar suas nuances e indicar aplicações práticas. Essa estratégia permitiu que os alunos assimilassem os princípios fundamentais da Modelagem Matemática, proporcionando-lhes confiança para iniciar a aplicação prática, como ilustrado na Figura 25.

Figura 25. Alunos testando rudimentos de modelação geométrica.



Fonte: Autor (2023).

Os alunos foram introduzidos à busca humana por representar eventos e fenômenos da realidade por meio de símbolos, estabelecendo relações matemáticas que pudessem ser compartilhadas cultural e socialmente. Esse foi o ponto de partida para os primeiros modelos matemáticos, que foram sistematizados em uma linguagem universal e convencionada. Foi destacado que essa abordagem não apenas facilitou a comunicação, mas também impulsionou o desenvolvimento científico da Matemática, conforme evidenciado no material informativo (Figura 26).

Figura 26. Alunos apreciando material informativo sobre modelagem.



Fonte: Autor (2023).

Além disso, foi apresentada a historicidade da modelagem, seu uso hodierno nas profissões, na indústria, na telemática, na ciência, que vão, segundo Bassanezi (2002), desde à Física, Química Teórica, Biomatemática, à problemas da indústria, da engenharia, das Ciências Sociais e até mesmo da teoria dos jogos. A narrativa dessa fase foi formalizada com a entrega de um folder (Figura 27) com explicações ilustrativas. Essa fase foi uma boa oportunidade de apresentar a Modelagem Matemática de uma forma lúdica e atraente e prepara-los para a Fase 2.

Figura 27. Folder de apresentação da Modelagem Matemática.



Fonte: Autor (2023).

- **Planejamento, organização e realização das atividades em Modelagem Matemática com os alunos:**

Inicialmente, apresentou-se aos alunos a finalidade central dessas atividades, que consistia em introduzi-los de maneira participativa à Modelagem Matemática. Isso proporcionou a oportunidade de aplicar conceitos matemáticos em situações do mundo real, contribuindo para aprimorar a compreensão desses conceitos e desenvolver habilidades práticas na resolução de problemas contextualizados à realidade dos alunos e às ciências.

Durante a execução das atividades, os alunos contaram com o suporte ativo do professor-pesquisador para esclarecer dúvidas eventuais. Para enriquecer ainda mais a coleta de dados, foram registradas fotos, imagens e anotações.

A fase de intervenção, marcada pela implementação das atividades de Modelagem Matemática, constituiu um momento altamente relevante para os alunos, destacando-se como o ponto mais enriquecedor da pesquisa. Cada atividade seguiu as orientações propostas por Burak (2012) nos cinco estágios didáticos da modelagem matemática, integrando-se de maneira coesa a outras práticas de ensino-aprendizagem, a saber:

1. Escolha do tema

Segundo Burak (2012), a escolha do tema o professor pode ter um papel de *gatilho*. Sua abordagem de incentivo e *brainstorming* instiga nos alunos a curiosidade, a sondagem de temas que fazem parte de suas zonas de interesse. Os temas podem acompanhar nítida ligação com a matemática ou estarem alhures ao seu campo de atuação.

Apesar dos interesses dos estudantes no esporte, nas brincadeiras, nos serviços e nos temas atuais, como corrupção, terremotos, desabamentos, é importante estimulá-los para que os temas tenham uma acepção mais ampla, permitindo o fortalecimento da ideia de “planetaridade” sustentada por Moran (2006), em que “o conhecimento do mundo como mundo é necessário ao mesmo tempo intelectual e vital. (...) ter acesso a informações sobre o mundo e como ter possibilidade de articulá-las e organizá-las? Como perceber e conceber o Contexto, o Global, o Multidimensional, o Complexo?

Para o âmbito da pesquisa, foi realizada uma reunião de *brainstorming* com os alunos para sondar os temas que seriam abordados nas atividades de Modelagem Matemática. A reunião foi pautada nas respostas dos questionários (Anexo 2, Anexo 3 e Anexo 4) respondidos pelos alunos (figura 28). O debate contemplou sugestões, reclamações, apreciações gerais, sugestões e, sobretudo, a resposta à questão crucial para modelagem: onde você gostaria de ver a matemática aplicada? Essa etapa foi fundamental para a seleção dos temas e dos problemas que seriam abordados nas atividades.

Figura 28. Reunião de brainstorming.



Fonte: Autor (2023).

2. Pesquisa exploratória

Busca por dados a partir de materiais e subsídios teóricos, técnicos, informativos dos mais diversos, nos quais contenham informações e noções sobre o tema que se quer investigar/pesquisar. Segundo Burak (2012), é o momento em que o aluno “sai dos muros da escola” e lança-se para o mundo real, suas demandas, seus problemas.

Nesse estágio, o professor e os alunos-alvo da pesquisa elaboraram o planejamento das atividades em modelagem, conforme evidenciado na Figura 29. O processo de planejamento incluiu a organização escolar, permitindo que os alunos se ausentassem da escola para realizar as atividades, equilibrando o tempo entre a preparação para o SAEB 2023 e as demandas específicas de uma agenda voltada para a modelagem. Foi também nesse estágio que os alunos assinaram o Termo de Assentimento Livre Esclarecido (TALE) disponível no Anexo 1.

Figura 29. Reunião de planejamento.



Fonte: Autor (2023).

3. Levantamento dos problemas

Os problemas na perspectiva da Modelagem são abertos, elaborados a partir de dados. Estão em contexto, que origina vários subproblemas. Cada decisão tomada em relação aos tipos de materiais, à metragem, à arquitetura, ensejaria vários subproblemas e o possível desenvolvimento do conteúdo matemático. Fase muito rica, que favorece ao aluno tomar decisões, formular hipóteses, questionar as várias possibilidades de resolução de um mesmo problema (Burak, 2012).

Nessa etapa, o professor e os estudantes-alvo da pesquisa desempenharam um papel crucial na condução das atividades de modelagem. Colaboraram na identificação e seleção dos problemas relacionados ao tema em estudo. Esse processo incluiu discussões sobre as diferentes abordagens para enfrentar os desafios propostos, estimulando os alunos a analisar as variáveis envolvidas e a considerar as implicações práticas de suas decisões. As interações durante essa fase foram fundamentais para o desenvolvimento da capacidade dos alunos em formular hipóteses e questionar as múltiplas possibilidades de resolução dos problemas modelados.

4. Resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema

Nesta etapa o foco está na aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para encontrar soluções específicas para os problemas identificados. Essa etapa é caracterizada pela integração direta entre o ensino do conteúdo matemático e as demandas práticas da pesquisa. Diferentemente do método tradicional, onde o ensino do conteúdo precede a aplicação prática, aqui, o desenvolvimento do conteúdo ocorre simultaneamente à resolução dos problemas.

Essa etapa atendeu às necessidades específicas que surgiram durante a pesquisa, garantindo uma aplicação imediata dos conceitos matemáticos envolvendo proporcionalidade, geometria analítica, trigonometria, função, entre outros, no contexto real dos problemas identificados. Assim, a fase de resolução dos problemas visou não apenas contribuir para encontrar soluções práticas, mas também promover o aprofundamento e a contextualização do conteúdo matemático, tornando o aprendizado mais significativo para os alunos.

5. Análise crítica das soluções pelos alunos:

Fase marcada por uma abordagem revisora das atividades propostas. Destaca-se pela análise crítica da viabilidade ou adequação das soluções apresentadas no processo de

resolução de problemas, com intuito de preservar a lógica e coerência matemática. Neste momento reflexivo sobre os resultados obtidos na solução do problema durante o processo de modelagem, aprimoram-se decisões e ações que serão fundamentais para uma intervenção positiva no contexto, problema ou situação do mundo real que está sendo analisado e representado por meio de modelos matemáticos.

Na fase de execução das atividades desta pesquisa, os alunos aplicaram efetivamente os conhecimentos adquiridos nas etapas anteriores. Colocaram em prática os passos da Modelagem Matemática para resolver os problemas propostos, seguindo a sequência de identificação do problema, construção do modelo, validação do modelo e comunicação dos resultados. Entretanto, nesta etapa subsequente, os estudantes realizaram uma análise crítica das soluções por eles encontradas, examinando detalhadamente o percurso percorrido.

Uma análise mais aprofundada dos resultados realizada pelos alunos permitiu uma discussão mais minuciosa sobre a eficácia das estratégias empregadas, destacando pontos positivos e áreas passíveis de melhoria. Essa reflexão não apenas possibilitou o aprimoramento das decisões e ações dos alunos, mas também teve como foco central contribuir para uma mudança positiva na comunidade em que estão inseridos, aplicando as lições aprendidas ao longo do processo de modelagem matemática.

Até o momento, foram apresentadas as cinco etapas: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas, desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema e análise crítica das soluções pelos alunos. Nestas fases, Burak (1992) estabelece e destaca de forma consistente, em seus trabalhos acadêmicos, princípios fundamentais que devem guiar o desenvolvimento de uma atividade em Modelagem Matemática:

Princípio 1: o interesse dos participantes que compõe o grupo que desenvolve a atividade de modelagem.

Nossas ações são fortemente motivadas pelo interesse. Na infância, o belga Jean Ovide Decroly (1871-1932) estuda os “centros de interesse”, abrindo espaço para defesa de um ensino ativo a contar de temas lúdicos. Decroly (2009) preconizava a relevância de atividades livres e prazerosas, com atividades que permitam a observação, associação e expressão das ideias abstratas e concretas. A Modelagem Matemática é uma proposta de desafio criativo, oportunidade de os alunos relembrem a matéria transmitida, se divertirem integrando as teorias matemáticas aprendidas em sala, a curiosidade, e a integração de forças.

Princípio 2: envolvimento do grupo em busca de informações e dados do ambiente de interesse.

Para o autor, um processo de ensino-aprendizagem por meio da Modelagem sustenta-se nas teorias da cognição, constituídas, principalmente, por uma visão construtivista, sociointeracionista e de aprendizagem significativa, que consideram o estudante como um agente da construção do próprio conhecimento. Nessa visão o aluno é um buscador. Buscador de conhecimento, de novos campos, novas visões, que interroga, discute, reflete e forma suas convicções.

Para o autor, são esses princípios que conferem significado e sentido às ações realizadas na atividade pelo aluno. Esses pressupostos foram usados como referência na execução das atividades, propiciam uma abordagem que promove a autonomia dos participantes, visando uma prática de ensino-aprendizagem que posicione os alunos como agentes ativos no processo de construção do conhecimento matemático (BURAK, 1992).

- **Avaliação abrangente com base nos registros anotados pelos alunos durante o desenvolvimento das atividades:**

Os estudantes participaram de uma avaliação do processo por meio de um questionário (Anexo 5). Esse instrumento possibilitou a análise da percepção dos alunos em relação às atividades, identificação de pontos positivos e áreas passíveis de aprimoramento no desenvolvimento das tarefas, e, sobretudo, a avaliação da eficácia da intervenção na compreensão e aplicação de conceitos matemáticos. Além disso, o questionário possibilitou a coleta de depoimentos e reflexões escritas dos alunos, oferecendo *insights* qualitativos valiosos sobre a experiência da intervenção.

Na **quinta fase** da pesquisa, realizou-se a análise e discussão dos resultados obtidos nas atividades, empregando uma abordagem qualitativa. As ações empreendidas abrangeram:

- Transcrição dos dados coletados, provenientes tanto dos questionários (Anexo 2, Anexo 3 e Anexo 4) quanto das atividades aplicadas;
- Análise qualitativa dos dados, visando identificar as possíveis contribuições da Modelagem Matemática no processo de ensino-aprendizagem;
- Identificação de potenciais vantagens proporcionadas pela Modelagem Matemática, destacando a promoção da aprendizagem ativa, a aplicação prática dos conhecimentos

matemáticos e o desenvolvimento de habilidades matemáticas alinhadas às expectativas de aprendizagem para estudantes do Ensino Médio.

A análise dos registros, que incluiu fotografias, imagens e anotações detalhadas, tornou-se um componente crucial na discussão sobre a pesquisa de intervenção. Esses registros forneceram *insights* ricos sobre o processo de aprendizagem, evidenciando momentos de compreensão, desafios enfrentados pelos alunos e a aplicação prática dos conceitos matemáticos. Dessa forma, buscou-se uma compreensão mais profunda do impacto da intervenção na aprendizagem dos estudantes.

Na **sexta fase**, desenvolveu-se um produto educacional em formato textual, configurando-se como uma ferramenta didática destinada aos alunos do Ensino Médio. Este produto é uma compilação das atividades focadas na metodologia ativa que foram aplicadas, avaliadas e validadas pelos alunos ao longo da pesquisa. As ações realizadas nessa etapa incluíram:

- Seleção criteriosa de atividades de aprendizagem a serem incorporadas no produto educacional, considerando os objetivos de aprendizagem, características dos alunos destinatários e a pertinência, relevância e viabilidade de práticas ativas de ensino-aprendizagem;
- Elaboração do produto educacional, integrando as atividades de aprendizagem ativa de maneira coesa e atrativa. Foram também produzidos materiais de apoio, como roteiros, instruções e avaliações;
- Validação do produto educacional. Nessa etapa, a interação dinâmica e a participação ativa dos alunos desempenharam um papel fundamental. Durante a aplicação das atividades, os alunos não apenas se envolveram nas propostas de aprendizagem ativa, mas também compartilharam suas percepções, experiências e *feedbacks*. A coleta dessas informações foi realizada por meio do questionário de opinião (Anexo 5), proporcionando uma abordagem mais aberta e participativa na validação do produto educacional. Essa dinâmica permitiu compreender não apenas a eficácia objetiva das atividades, mas também a sua adequação e impacto percebido pelos próprios alunos, enriquecendo o processo de validação.

4.8 Conclusão

Os procedimentos metodológicos e as etapas da pesquisa foram estrategicamente delineados para investigar as contribuições da Modelagem Matemática no desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas no ensino de Matemática no Ensino Médio. Nesse sentido, elaboraram-se, aplicaram-se e avaliaram-se atividades de Modelagem Matemática.

No próximo capítulo, serão apresentadas a análise interpretação de discussão dos dados coletados por meio de questionários e discussões em grupo focal na turma-alvo da pesquisa.

5. DESCRIÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS QUESTIONÁRIOS EMPREGADOS

5.1 Considerações iniciais

Este capítulo apresenta os resultados da análise dos questionários (Anexo 2, Anexo 3 e Anexo 4) aplicados à turma de 3ª Série do Ensino Médio na instituição educacional estadual investigada. Os questionários foram elaborados com o propósito de obter informações relevantes sobre as perspectivas dos alunos em relação à Matemática, suas dificuldades de aprendizagem, opiniões sobre o ensino da disciplina, experiências escolares, motivações, interesses de estudo e sugestões para aprimorar o ensino de Matemática.

Com objetivo de identificar padrões, tendências e implicações no processo de ensino-aprendizagem, os questionários foram preenchidos de forma individual pelos 15 estudantes matriculados na turma-alvo da pesquisa, em diversos momentos ao longo da investigação, dentro da sala de aula (Figura 30).

Figura 30. Preenchimento dos questionários.



Fonte: Autor (2023).

Este capítulo também abordará os resultados da dinâmica do grupo focal, ressaltando as principais conclusões sobre as perspectivas dos alunos em relação ao ensino de Matemática. Será discutida a importância da clareza na explicação, a necessidade de aulas práticas e relevantes, os desafios enfrentados, a motivação e a influência do ambiente escolar.

Por fim, serão apresentadas sugestões e recomendações com base nas discussões realizadas, visando aprimorar o processo de ensino-aprendizagem de Matemática para a turma a turma-alvo da pesquisa. Estas sugestões são fundamentadas nos padrões identificados e nas tendências observadas nos dados coletados, com o objetivo de proporcionar uma experiência mais significativa e eficaz aos alunos.

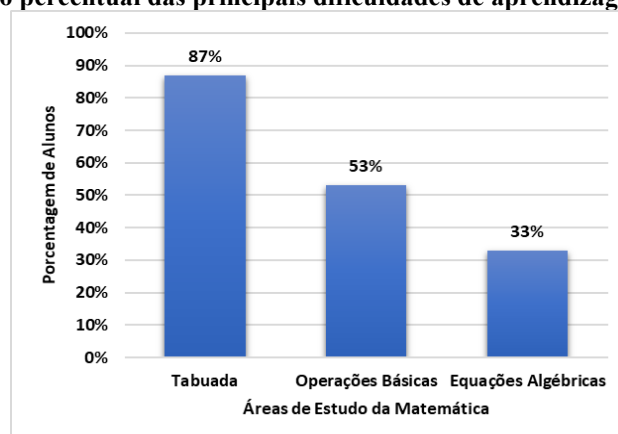
5.2 Questionário de levantamento 1

O Questionário 1 (Anexo 2) buscou investigar diversas perspectivas dos alunos em relação à disciplina de Matemática. Ele abordou temas como histórico de reprovação, autopercepção da facilidade ou dificuldade na disciplina, identificação das principais dificuldades de aprendizagem, expectativas em relação às aulas, preferências de métodos de ensino, importância atribuída à Matemática na formação escolar, avaliação da relevância do ensino recebido ao longo dos anos, dedicação dos professores a diferentes atividades durante as aulas e avaliação da qualidade e impacto dos professores de Matemática na vida dos alunos. Dessa forma, o questionário procurou obter uma compreensão abrangente das experiências, percepções e expectativas dos alunos em relação à disciplina de Matemática ao longo de seu percurso escolar.

5.2.1 Análise e identificação de padrão e tendências

A análise dos dados revela que a maioria dos alunos (83%) percebe a disciplina de Matemática como desafiadora, evidenciando uma tendência geral de dificuldades na aprendizagem dessa matéria. A Figura 31 apresenta uma perspectiva mais detalhada, indicando que a tabuada se destaca como o principal obstáculo, mencionada por cerca de 87% dos alunos. Além disso, aproximadamente 53% identificaram as operações básicas como um fator de resistência ao aprendizado de novos conteúdos. Esses dados destacam pontos críticos nos quais os alunos estão enfrentando desafios significativos em sua jornada acadêmica.

Figura 31. Gráfico percentual das principais dificuldades de aprendizagem em matemática.



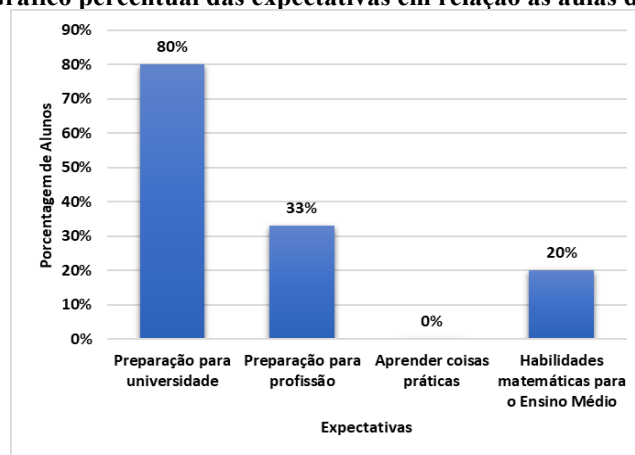
Fonte: Autor (2023).

A análise desses dados pode sugerir diversas perspectivas sobre a qualidade da aula e a formação dos alunos ao longo dos anos até a 3ª série. A alta porcentagem de alunos que identificaram a tabuada como um desafio pode indicar uma possível deficiência no ensino

fundamental, sugerindo que a base matemática não foi solidamente estabelecida nos primeiros anos escolares. A diversidade nas dificuldades indicadas pelos alunos pode sugerir a necessidade de metodologias de ensino mais diferenciadas, abordando diferentes estilos de aprendizado e oferecendo suporte personalizado para os alunos.

A alta porcentagem relacionada à tabuada pode indicar uma abordagem de ensino centrada na memorização, sem enfatizar suficientemente a compreensão dos conceitos matemáticos. Isso destaca a importância de equilibrar a memorização com a compreensão profunda. A maioria dos alunos (Figura 32) espera que as aulas de Matemática os preparem para ingressar na universidade. Isso indica uma alta expectativa em relação ao papel da Matemática em sua educação continuada.

Figura 32. Gráfico percentual das expectativas em relação as aulas de matemática.

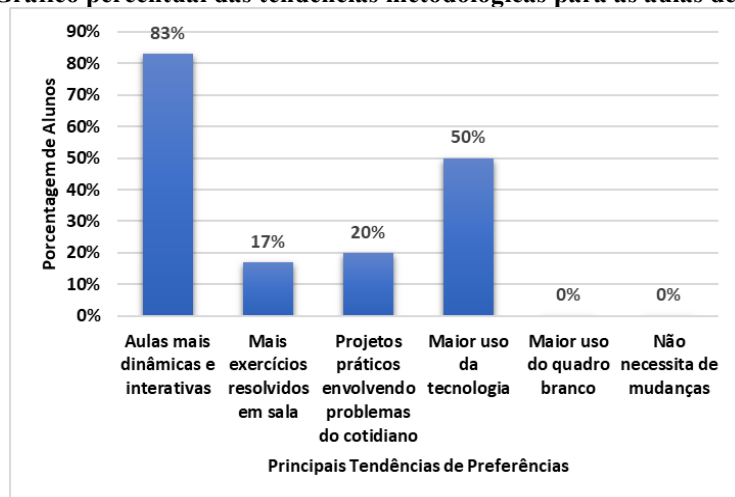


Fonte: Autor (2023).

A ausência de expectativas relacionadas a aprender coisas práticas, representada pelo percentual de 0%, pode sugerir que os alunos não percebem imediatamente a aplicabilidade direta da Matemática em situações cotidianas ou práticas. No entanto, a expectativa de desenvolver habilidades básicas compatíveis com o Ensino Médio, indicada por 20%, mostra que ainda existe um reconhecimento da importância dessas habilidades fundamentais.

A maioria dos alunos (Figura 33) gostaria que a Matemática fosse ensinada em sala de aula de forma mais dinâmica e interativa. Isso sugere uma preferência por métodos de ensino que envolvam os alunos de maneira mais ativa. métodos de ensino que envolvam maior participação dos estudantes, tornando o aprendizado mais envolvente e interessante. Aproximadamente 17% dos alunos expressaram a preferência por mais exercícios resolvidos em sala, indicando a importância da prática na consolidação do aprendizado.

Figura 33. Gráfico percentual das tendências metodológicas para as aulas de matemática.

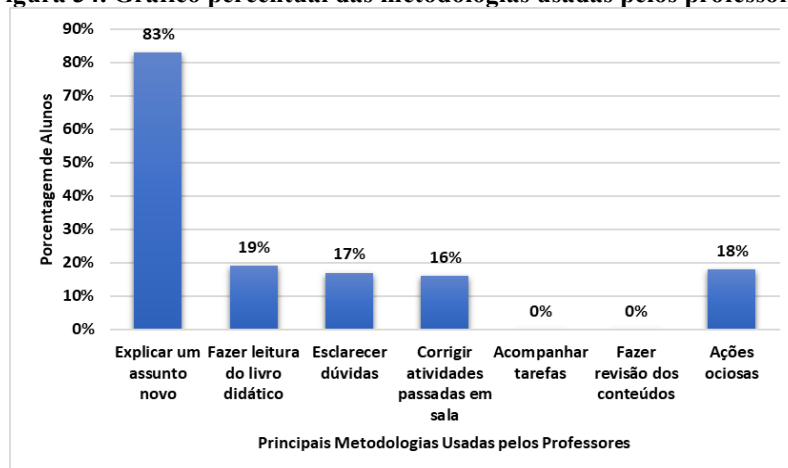


Fonte: Autor (2023).

O percentual de 50% para o maior uso da tecnologia sugere que os alunos veem a tecnologia como uma ferramenta valiosa no processo de aprendizagem de Matemática. Isso pode incluir o uso de dispositivos eletrônicos, aplicativos ou recursos online para tornar as aulas mais interativas e alinhadas às preferências tecnológicas da geração atual. A ausência de preferência por certos métodos, como o uso do quadro branco, leituras coletivas do livro didático ou a declaração de não necessitar de mudanças (0%), indica que esses elementos não são prioridades ou não são percebidos como eficazes pelos alunos.

Por outro lado, a Figura 34 apresenta um alto percentual de alunos (83%) que considera que as aulas são, frequentemente, centradas na exposição do professor, ou seja, há uma possível falta de variedade nas abordagens, pois se a maior parte do tempo é dedicada apenas à explicação, outros métodos de ensino mais interativos podem ser negligenciados.

Figura 34. Gráfico percentual das metodologias usadas pelos professores.



Fonte: Autor (2023).

Além disso há uma proporção significativa de tempo ocioso (18%) durante as aulas, o que pode impactar negativamente o engajamento dos alunos. A baixa porcentagem envolvendo esclarecimento de dúvidas e correção das atividades pode sugerir que nem todos os alunos percebem um tempo suficiente dedicado a essas atividades.

5.2.2 Discussão e implicações

As respostas apresentadas pelos alunos no Questionário 1 sugerem que os alunos enfrentam dificuldades significativas em Matemática, principalmente relacionadas à tabuada, operações básicas e equações algébricas. Uma considerável parte dos estudantes no país enfrenta dificuldades em habilidades fundamentais da matemática, como resolver problemas que envolvem as quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), além de apresentar desafios na compreensão da tabuada e em conceitos básicos de álgebra. Para D'ambrósio (1989), isso ocorre devido à falta de conexão entre a matemática ensinada em sala de aula e a aplicação prática da matemática no cotidiano.

Suas expectativas incluem a preparação para a universidade, o que implica a necessidade de uma base sólida em Matemática. Para Maia (2021) Apenas 18,1% dos jovens de 18 a 24 anos estão matriculados no ensino superior. Eles desejam aulas mais dinâmicas e interativas, sugerindo um desejo por métodos de ensino mais envolventes. A percepção positiva em relação aos professores sugere que uma relação de confiança e respeito entre alunos e professores é um fator importante para a aprendizagem.

Utilizar métodos de ensino mais dinâmicos e interativos, como a Modelagem Matemática, para abordar as dificuldades dos alunos. Fornecer apoio adicional na superação das dificuldades em tabuada, operações básicas e equações algébricas. Estabelecer uma relação de confiança e respeito entre alunos e professores para motivar o aprendizado de Matemática.

5.3 Questionário de levantamento 2

O **Questionário 2** (Anexo 3) abordou diversas questões relacionadas à metodologia de ensino de Matemática, buscando compreender as percepções dos alunos sobre diferentes abordagens pedagógicas. Ele investigou a familiaridade dos alunos com métodos como aula expositiva e dialogada, resolução de situações problemas, etnomatemática, história da

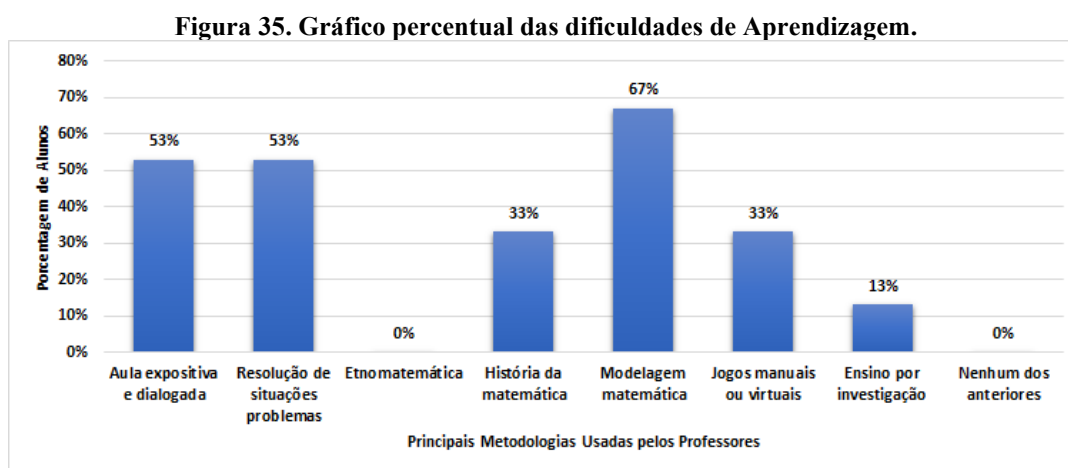
matemática, modelagem matemática, jogos manuais ou virtuais, aula por investigação de um problema científico, entre outros.

Além disso, o questionário explorou a associação dos alunos à expressão "modelo matemático", avaliou a percepção sobre o uso da tecnologia em sala de aula, questionou sobre o conhecimento de aplicativos relacionados à matemática e investigou as crenças dos alunos sobre o aprendizado dessa disciplina, como a importância da aptidão, do treino, da qualidade de ensino, da inteligência e da metodologia ativa.

Por fim, a pesquisa buscou compreender as visões dos alunos sobre a natureza e relevância da Matemática em diferentes contextos.

5.3.1 Análise e identificação de padrão e tendências

A análise da Figura 35 revela a menção de diferentes metodologias de ensino de Matemática pelos alunos nas respostas apresentadas, com maior destaque para a Modelagem Matemática (67%) e a aula expositiva e dialogada (53%).



Fonte: Autor (2023).

Por outro lado, as respostas para a definição a de “modelo matemático” são variadas, o que indica uma falta de consenso entre os alunos sobre o que é um modelo matemático.

Os alunos concordam que a tecnologia pode contribuir para a aprendizagem de Matemática, destacando a criação de esboços de problemas, a simplificação de cálculos complexos e a pesquisa de formas alternativas de resolver problemas como benefícios. Metade dos alunos acusaram o de usa algum aplicativo ou software para aprender Matemática, o que sugere um interesse moderado na integração da tecnologia no processo de aprendizagem.

Quanto a pergunta sobre o uso de tecnologias em sala de aula, apesar da variação das respostas, os dados revelaram uma tendência em direção à importância da metodologia de ensino ativa e da prática ativa do aluno. Alguns alunos expressam falta de confiança em sua capacidade de aprender Matemática.

Alguns alunos expressaram a visão de que a tecnologia não contribui significativamente para a aprendizagem em sala de aula, sugerindo uma possível resistência ou falta de experiência positiva com ferramentas tecnológicas. Outros destacaram benefícios específicos, como a capacidade de criar esboços para ilustrar melhor os dados em atividades matemáticas, esboçar gráficos no plano cartesiano ortogonal e simplificar cálculos demorados e complexos.

5.3.2 Discussão e implicações

Ao responderem o Questionário 2, os alunos evidenciaram familiaridade com diversas metodologias de ensino de Matemática, com especial ênfase na Modelagem Matemática. Reconhecem a relevância da tecnologia no processo de aprendizagem matemática. Contudo, constata-se a ausência de consenso quanto à definição de modelo matemático. Para Silva (2013) muitos professores esperam que o uso de ferramentas tecnológicas proporcione maior engajamento e interesse dos alunos nos conteúdos a serem aprendidos. Essa expectativa fundamenta-se na hipótese de que as tecnologias têm o potencial de motivar os estudantes no contexto educacional contemporâneo.

Ao empregar a Modelagem em sala de aula, busca-se uma integração eficaz da tecnologia nas lições de Matemática, fazendo uso de aplicativos e softwares educacionais. O objetivo é explorar a Modelagem Matemática como uma metodologia eficiente para engajar os alunos na resolução de problemas com relevância para situações do mundo real. Além disso, destaca-se a necessidade de esclarecer conceitos relacionados à modelagem matemática, visando garantir a compreensão entre os estudantes.

5.4 Questionário de levantamento 3

O Questionário 3 (Anexo 4), explorou diversas facetas relacionadas ao ensino e aprendizado de Matemática na escola. Os alunos compartilharam suas percepções sobre a qualidade das aulas, apontando tanto aspectos positivos quanto negativos, e discutiram estratégias para melhorar o ensino, incluindo o potencial uso de recursos tecnológicos.

Também abordaram suas dificuldades ao aprender Matemática, motivação durante as aulas, e a adequação dos métodos de ensino. A importância da Matemática para a formação pessoal e acadêmica foi analisada, juntamente com as habilidades que os alunos acreditam desenvolver através do estudo dessa disciplina. Eles refletiram sobre a aplicação prática da Matemática em situações do cotidiano, destacando desafios e possíveis benefícios.

Além disso, o questionário explorou o interesse dos alunos em ver a Matemática aplicada em contextos específicos, como lugares ou situações do cotidiano, e discutiu formas de envolver os alunos de maneira mais participativa nesse tipo de abordagem.

5.4.1 Análise e identificação de padrão e tendências

Ao analisar-se as respostas dos alunos, observamos padrões e tendências consistentes. Muitos expressam insatisfação com a abordagem tradicional de ensino de matemática, caracterizada por aulas teóricas, falta de dinâmica e desinteresse dos estudantes. Essa insatisfação pode ser interpretada à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (Ausubel *et. al.* 1980; Ausubel, 2000), que enfatiza a importância de construir conhecimento com base em experiências e aplicações práticas.

Os alunos sugerem que a aprendizagem seria mais eficaz se fosse significativa, envolvendo atividades práticas, resolução de problemas do cotidiano e aulas dinâmicas. Essa demanda por aprendizagem significativa também se alinha à perspectiva construtivista de Piaget e Vygotsky, que destaca a importância da construção ativa do conhecimento pelo aluno.

Destacaram a importância de usar tecnologia, jogos educacionais e recursos digitais para tornar o aprendizado de matemática mais envolvente. Essa preferência por recursos digitais pode ser associada à abordagem contemporânea que destaca a integração de tecnologia na educação, reconhecendo a importância desses elementos na promoção de um aprendizado mais interativo e alinhado às expectativas dos estudantes.

Além disso, enfatizam a necessidade de incorporar situações do cotidiano e problemas do mundo real nas aulas, alinhando-se à metodologia da modelagem matemática. A escolha por situações cotidianas e problemas práticos reflete a abordagem da Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL), que propõe que a aprendizagem é mais eficaz quando os alunos enfrentam problemas autênticos.

5.4.2 Discussão e implicações

A análise dos dados revela uma clara insatisfação dos alunos com o ensino tradicional de matemática, indicando um anseio por aulas mais significativas, envolventes e aplicáveis à vida real. A modelagem matemática, combinada ao uso de tecnologia, emerge como uma abordagem promissora para atender a essas necessidades, integrando teorias que destacam a construção ativa do conhecimento, a aprendizagem significativa e a aplicação prática de conceitos no cotidiano.

A preferência dos alunos por aulas práticas, dinâmicas e menos teóricas indica a necessidade de tornar o aprendizado relevante para suas vidas cotidianas. A Modelagem Matemática surge como uma metodologia desejável, pois os alunos reconhecem o valor de aplicar a matemática a situações reais e resolver problemas do mundo real, mostrando-se abertos ao uso de tecnologia e recursos digitais para tornar o aprendizado mais interessante.

Essa preferência está em sintonia com a teoria construtivista, que destaca a importância de aprender por meio de experiências práticas e da interação ativa com o ambiente (COLLARES, 2003, p. 49). Ao adotar a modelagem matemática, os educadores podem proporcionar um ambiente de aprendizagem que não apenas atende às demandas dos alunos, mas também promove a construção ativa do conhecimento.

Os resultados da análise apontam para uma clara desconexão entre o ensino tradicional de matemática e as expectativas e preferências dos alunos. Há um anseio manifesto por aulas mais significativas, envolventes e aplicáveis à vida real. A modelagem matemática, combinada ao uso de tecnologia, não apenas atende a essas necessidades, mas também se alinha com as teorias educacionais contemporâneas que destacam a importância da aplicação prática dos conceitos, da construção ativa do conhecimento e da integração de recursos digitais para tornar o aprendizado mais interessante e eficaz (FERREIRA, 2003).

Essa abordagem emerge como promissora para promover uma mudança positiva no cenário educacional, conectando o ensino de matemática de maneira mais significativa às experiências e expectativas dos estudantes.

5.5 Dinâmica do grupo focal

Um grupo focal é uma técnica qualitativa de pesquisa que envolve a coleta de dados por meio de discussões em grupo, geralmente com participantes que compartilham características ou experiências comuns. É uma abordagem valiosa para explorar opiniões,

percepções e experiências dos participantes sobre um tema específico, proporcionando insights aprofundados e promovendo a expressão livre de ideias.

Na abordagem da pesquisa, a dinâmica do grupo focal propiciou uma discussão aberta entre os estudantes. Durante essa interação, os participantes compartilharam experiências, expressaram suas perspectivas sobre o ensino, identificaram desafios e ofereceram sugestões construtivas para aprimoramentos (Figura 36).

Figura 36. Discussão do grupo focal.



Fonte: Autor (2023)

A dinâmica abordou a qualidade das aulas de matemática, explorando as perspectivas dos alunos em relação ao ensino, metodologias, relevância da matemática no cotidiano, desafios na aprendizagem e o ambiente escolar.

5.5.1 Análise, organização e interpretação dos dados

Os dados fornecidos pela dinâmica, por meio da discussão livre entre os alunos sobre assuntos que envolvem o processo de ensino-aprendizagem da matemática, abordam várias questões relacionadas ao ensino de matemática, experiências dos alunos e perspectivas sobre melhorias envolvendo a qualidade das aulas de Matemática, metodologias de ensino, relevância da matemática no cotidiano, desafios na aprendizagem em Matemática, perspectivas sobre o ensino de matemática, recursos didáticos e o ambiente escolar.

O ensino de matemática na escola é frequentemente ineficiente, devido a metodologias de ensino tradicionais, que enfatizam a memorização e não a compreensão do conteúdo, aulas

desinteressantes e sem aplicação no cotidiano, além de desafios e obstáculos como pressão psicológica, cansaço e falta de estimulação criativa (BRASIL, 1998, p. 63). Os alunos esperam aulas práticas e relevantes, com um professor motivado e atencioso, e recursos e materiais didáticos adequados. O ambiente escolar também é importante, pois regras rígidas e falta de escolha podem limitar a aprendizagem.

Nesse contexto, os dados apresentam a importância destacada por alguns alunos, da clareza na explicação do conteúdo matemático para melhorar a aprendizagem. Vários alunos mencionaram a necessidade de aulas mais práticas e relevantes, fora da sala de aula, que envolvam a aplicação da matemática no cotidiano. A memorização de fórmulas foi criticada, com alunos enfatizando a necessidade de compreensão dos conceitos. Os alunos parecem buscar uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos em vez de apenas memorização de fórmulas. Eles também destacaram a importância do papel do professor em motivá-los e fornecer uma experiência de aprendizado significativa.

Os dados revelam a necessidade de mudanças significativas no ensino de matemática no ensino médio, com foco em aulas mais práticas, relevantes e interativas. de acordo com Burak e Aragão (2012) e Bassanezi (2002; 2021), a Modelagem Matemática se integra de maneira adequada a uma abordagem de ensino-aprendizagem que promove a construção de significados por meio de suas práticas, tais como atividades, projetos, jogos e sequências didáticas, conforme destacado por Brasil (1998).

Os desafios psicológicos e a falta de motivação são preocupações recorrentes, e a relação entre esses fatores e as práticas de ensino tradicionais foi destacada pelos alunos.

Os resultados da pesquisa sugerem que os alunos desejam um ensino de matemática mais prático e significativo, que promova a compreensão dos conceitos e a aplicação no cotidiano. Eles enfatizam a importância da clareza na explicação, do engajamento do professor e da flexibilidade no currículo. Além disso, os alunos expressam o desejo de serem preparados para desafios do mundo real e enfatizam a importância de um ambiente escolar positivo. “(...) O ideal é o aprender com prazer ou o prazer de aprender, e isso relaciona-se com a postura filosófica do professor, sua maneira de ver o conhecimento, e do aluno – aluno também tem filosofia de vida. Essa é a essência da filosofia da educação” (D’AMBROSIO, 2012, p. 77).

5.5.2 Discussão e implicações

Alunos do ensino médio expressaram insatisfação com o ensino de matemática, destacando a falta de motivação, pressão psicológica, desafios na aprendizagem e a abordagem tradicional de ensino. Os alunos desejam aulas mais práticas, relevantes e envolventes, com foco na aprendizagem significativa. Eles sugerem atividades práticas fora da sala de aula para relacionar a matemática a situações reais. Aqui as atividades em Modelagem Matemática podem ter um papel importante de motivação e engajamento.

A pesquisa destaca a necessidade de repensar as práticas de ensino de matemática no Ensino Médio, focando na clareza na explicação, na relação professor-aluno e na infraestrutura escolar. Uma abordagem mais ativa, como a modelagem matemática, é apontada como benéfica para envolver os alunos e tornar a matemática mais relevante para suas vidas.

5.6 Conclusão Geral

A análise qualitativa dos dados do questionário (anexo 2, anexo 3 e anexo 4) revelou que os alunos estão descontentes com o ensino tradicional de matemática e desejam uma abordagem mais significativa e envolvente. A modelagem matemática, juntamente com o uso de tecnologia, emerge como uma metodologia promissora para atender a essas necessidades. Os professores podem adaptar suas práticas de ensino para incorporar esses elementos e melhorar a experiência de aprendizado de matemática dos alunos.

No caso em particular da dinâmica do grupo focal, foi revelada várias preocupações dos alunos em relação ao ensino de matemática no ensino médio. Eles destacaram a necessidade de aulas mais práticas e relevantes, um ambiente escolar positivo, professores mais engajados e flexibilidade curricular. Esses resultados indicam que há espaço para melhorias significativas no ensino de matemática para torná-lo mais motivador e eficaz. Recomenda-se que os educadores considerem essas perspectivas dos alunos ao planejar suas aulas e que haja espaço para experimentação com abordagens mais ativas, como a modelagem matemática, para tornar o aprendizado de matemática mais significativo e envolvente.

A Modelagem Matemática pode ser uma abordagem valiosa para abordar as dificuldades dos alunos em Matemática. Ela ajuda a superar a visão de que a Matemática é apenas um conjunto de regras abstratas, tornando-a concreta e relevante. Isso pode motivar os alunos a se engajarem mais ativamente na aprendizagem da Matemática.

A Modelagem Matemática emerge como uma metodologia de ensino que vai além da simples transmissão de conhecimento, buscando envolver os alunos de maneira ativa e contextualizada. Esse processo, conforme destacado por Bean (2007), envolve a formulação de modelos a partir de premissas, hipóteses e recortes da realidade, com o intuito de atender às necessidades, interesses e aspirações dos estudantes.

No próximo capítulo, será apresentada uma discussão dos resultados da pesquisa de intervenção, com base nas contribuições teóricas apresentadas nos capítulos anteriores. Essa discussão visa a esclarecer os significados dos resultados e a identificar implicações para o ensino-aprendizagem da Matemática.

6. DESCRIÇÃO, ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DA PESQUISA DE INTERVENÇÃO

6.1 Considerações iniciais

O presente capítulo reúne a descrição, análise e discussão dos dados coletados ao longo deste trabalho, focalizando a pesquisa de intervenção por meio da aplicação das atividades em modelagem matemática. No âmbito educacional, a pesquisa de intervenção visa avaliar a eficácia de uma intervenção educativa, ou seja, uma alteração implementada no ambiente educacional com o propósito de aprimorar o aprendizado dos alunos.

No contexto da pesquisa apresentada, a Modelagem Matemática revelou-se uma intervenção promissora, conforme evidenciaremos, uma vez que os alunos destacaram a contribuição dessa abordagem no desenvolvimento de habilidades relacionadas ao pensamento crítico, resolução de problemas e comunicação.

Os instrumentos empregados para a coleta de dados foram detalhados no capítulo quatro. A etapa de análise dos dados fundamentou-se em referenciais como Bogdan e Biklen (1994) e Bardin (2011), entre outros. A apresentação dos dados seguiu uma abordagem descritiva, organizada por tópicos para proporcionar uma compreensão mais acessível ao leitor.

A análise dos dados adotou uma abordagem qualitativa, orientada pelos seguintes procedimentos: leitura exploratória (identificação dos principais pontos de discussão), organização (agrupamento em categorias ou temas relevantes), análise (identificação de padrões, tendências e relações entre as categorias) e interpretação (atribuição de significado aos dados com base na Modelagem Matemática).

As discussões sobre os dados foram enriquecidas com contribuições de autores renomados na Educação e Educação Matemática. Conforme Alves-Mazzotti e Gewandszajder (2004) destacam, a formação intelectual do pesquisador e suas experiências pessoais e profissionais podem introduzir vieses na interpretação dos fenômenos observados. Nesse contexto, a preocupação com a imparcialidade norteou todos os momentos envolvendo a interpretação dos dados.

6.2 Organização por blocos das atividades aplicadas

Diversas abordagens podem ser adotadas para integrar a Modelagem Matemática no currículo. Evitando isolá-la como uma atividade separada, buscou-se incorporá-la de forma integrada à escola, transformando-a em um componente dinâmico do currículo de Matemática. Essa integração visa estabelecer uma harmonia entre a Modelagem e as demais atividades escolares, seguindo uma perspectiva de investigação, conforme destacado por Barbosa (2004) e Skovsmose (2000).

Para destacar a versatilidade da Modelagem Matemática em diferentes ambientes escolares, Barbosa (2004) sugere a idealização de um conjunto de práticas comuns no Ensino por meio de casos não prescritivos, ou seja, casos que não são rigidamente prescritos (Quadro 5). O autor enfatiza a perspectiva crítica das atividades, considerando situações verdadeiramente “reais” em sua formulação e desenvolvimento.

Quadro 5. Tarefas no processo de Modelagem segundo paradigma da investigação.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Descrição	O professor apresenta um problema, com dados qualitativos e quantitativos. Cabe aos alunos a investigação. A atividade não é extensa. Os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados.	Os alunos deparam-se com o problema para investigar. Precisam sair da sala de aula para coletar dados. O professor formula o problema inicial.	Projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos, escolhidos pelo professor ou pelos alunos. A formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos.
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta de dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004) inspirado em Galbraith (1995).

Com base nas informações fornecidas no quadro 5, as atividades em Modelagem Matemática aplicadas à turma-alvo foram cuidadosamente organizadas em blocos distintos, conforme apresentado no Quadro 6. Esses blocos foram categorizados de acordo com os casos delineados por Barbosa (2004), proporcionando uma estrutura clara e segmentada para a execução das atividades.

Quadro 6. Seleção das atividades segundo o tipo de caso.

Bloco I	<p style="text-align: center;">Caso 1</p> <p>A atividade proposta pelo professor teve o problema introduzido com base em questões do Enem e em trabalhos de pesquisa voltados para a manipulação do GeoGebra. Os estudantes não precisaram sair da sala de aula, realizando todas as etapas da atividade em Modelagem Matemática no ambiente escolar.</p>
Bloco II	<p style="text-align: center;">Caso 2</p> <p>Nas atividades propostas, o professor apresentou o desafio de medir distâncias inacessíveis, como a altura da torre da igreja São Vicente (construção referência na urbanização do bairro local) e a largura de uma represa (localizada no perímetro do bairro). Para solução, os alunos aplicaram as etapas da Modelagem Matemática. As atividades foram conduzidas fora da sala de aula e demandou a utilização de habilidades relacionadas ao conteúdo que os estudantes consideraram mais desafiador durante a carreira escolar do Ensino Médio.</p>
Bloco III	<p style="text-align: center;">Caso 3</p> <p>Os alunos participaram de discussões sobre os temas que desejavam explorar mais a fundo. Ao executarem as atividades de Modelagem Matemática, escolheram o problema, aplicaram as etapas da modelagem nas atividades propostas e manipularam modelos disponíveis em fontes acessíveis ao campo de estudo.</p>

Fonte: Autor (2023).

6.3 Período de aplicação das atividades

O período de implementação das atividades abrangeu três meses, de abril a junho, ocorrendo durante as aulas regulares, respeitando o horário semanal estabelecido. No entanto, todo o processo de implementação enfrentou interrupções e desafios. Inicialmente, destaca-se a limitada disponibilidade de tempo do professor-mediador, que estava contratualmente vinculado a três escolas, com uma carga horária de 50 horas semanais. Além disso, a liberação dos alunos pela direção escolar para cumprir o plano da fase exploratória das atividades (Figura 37) impactou o tempo de implementação, uma vez que as diretrizes priorizavam exclusivamente a preparação dos alunos para a avaliação SAEB.

Figura 37. Alunos se preparando para sair da escola na fase exploratória.



Fonte: Autor (2023).

Essas atividades de Modelagem constituíram a primeira incursão da turma nesse tipo de prática educativa. No contexto da pesquisa, a turma estava imersa em um período de profunda descrença em relação ao modelo educacional vigente, como evidenciado na primeira

etapa do estudo. Manifestaram o desejo por uma atividade atrativa e envolvente, capaz de proporcionar a aplicação prática das habilidades esperadas, por meio de uma abordagem dinâmica.

6.4 Descrição das atividades aplicadas

6.4.1 Atividade 1 - Modelagem matemática no GeoGebra: uma abordagem para resolver questões do ENEM.

Sequência didática desenvolvida

Objetivo:

- Aplicar os modelos matemáticos da Geometria Analítica para resolver questões do ENEM, usando o GeoGebra, desenvolvendo habilidades de Modelagem Matemática e promovendo a autonomia e a criatividade dos alunos.

Conteúdos envolvidos:

- Geometria analítica;
- Modelagem Matemática.

Recursos utilizados:

- Questões impressas;
- Acesso ao software GeoGebra.

Etapas da modelagem para desenvolvimento da atividade:

- **Escolha do tema:** Modelagem Matemática com GeoGebra para resolver problemas de Geometria Analítica no ENEM

Os alunos sempre quiseram atividades que envolvesse aplicativos. Uma prática de ensino-aprendizagem que fugisse do tradicional quadro e giz. Na parte inicial da pesquisa, comentaram a necessidade de aprenderem matemática com meios eletrônicos. O tema organizado e proposto pelo professor saiu dessa expectativa.

- **Pesquisa exploratória**

Nessa os alunos fizeram um estudo detalhado das questões propostas pelo professor (Figura 38). O impulso original era resolver as questões ao molde original.

Figura 38. Apreciação das questões do ENEM.



Fonte: Autor (2023).

- **Levantamento do problema**

Após alguns encontros o professor definiu o problema para os alunos: *como modelar soluções para algumas questões previamente selecionadas de Geometria Analítica do ENEM?*

- **Resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema**

Introdução ao modelo matemático:

Na fase inicial da modelagem, os alunos iniciaram sua familiarização com o GeoGebra, adquirindo conhecimento sobre comandos básicos. Esses comandos envolveram conceitos introdutórios de geometria analítica, tais como a definição das coordenadas cartesianas, a determinação da distância entre pontos, a verificação da inclinação de retas, e a identificação do ponto de interseção entre duas retas, entre outros (Figura 39).

Figura 39. Apresentação da GA no GeoGebra.

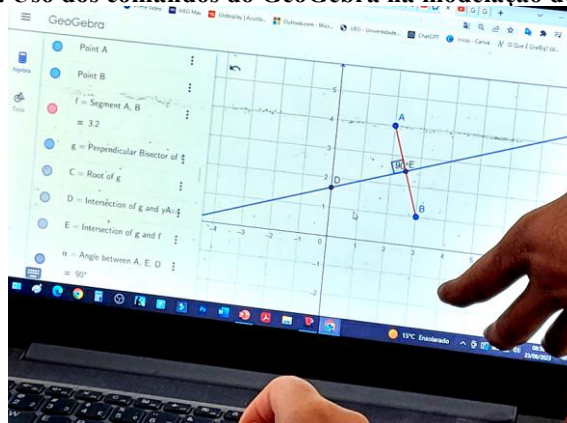


Fonte: Autor (2023).

Experimento prático e coleta de dados:

Essa fase inicial permitiu um amadurecimento da interpretação gráfica da geometria analítica, que quase sempre é muito centrada na manipulação de fórmulas e regras matemáticas para o encontro das soluções (Figura 40).

Figura 40. Uso dos comandos do GeoGebra na modelação do problema.



Fonte: Autor (2023).

O objetivo central nessa fase introdutória de Modelagem Matemática era exatamente aprender a modelar geometricamente, explorando a geometria analítica do ponto de vista em que ela de fato foi desenvolvida.

- **Implementação do modelo nos dados coletados e os desafios associados à aplicação**

O desenvolvimento inicial das etapas, conforme mostra a Figura 41, apresentou diversos desafios na aplicação da resolução de toda a lista de exercícios com questões do Exame Nacional do Ensino Médio, fundamentadas em modelagens matemáticas.

Figura 41. Etapas da modelagem aplicada a uma atividade com GeoGebra.



Fonte: Autor (2023).

Esta atividade não pôde desdobrar-se conforme planejado, devido às circunstâncias inerentes à rotina escolar, aos compromissos dos alunos com os desafios da Prova Federal SAEB e a resistência de alguns estudantes de envolverem-se, gerando um desgaste natural, criando obstáculos para um ambiente propício a execução de atividades dessa natureza.

- **Discussão e análise das soluções**

A atividade permitiu aos alunos desenvolverem habilidades de Modelagem Matemática e de Geometria Analítica. Os alunos foram capazes de utilizar o GeoGebra para modelar soluções para questões de Geometria Analítica do Enem. Eles foram capazes de interpretar graficamente as questões e aplicar os conceitos matemáticos de forma correta.

No entanto, a atividade não foi aplicada em toda sua extensão devido alguns desafios para os alunos. Além disso, a atividade foi interrompida antes de ser concluída. O conteúdo matemático envolvido é considerado difícil por muitos alunos, e a atividade exigiu um alto nível de compreensão dos conceitos envolvidos.

- **Avaliação da atividade:**

A avaliação foi realizada de forma contínua, durante toda a sua aplicação. Levou-se em consideração o trabalho em equipe, a organização nas etapas, a fidelidade ao argumento essencial: modelar geometricamente cada exercício proposto. Os alunos tiveram muitas dificuldades pela falta de costume com modelagem, e acompanharam o professor na exploração desse terreno peculiar. Essa foi uma fase exploratória da técnica.

6.4.2 Atividade 2 - Estimativa da largura de uma represa: um desafio matemático.

Sequência didática desenvolvida

Objetivo:

- Aplicar os modelos matemáticos Teorema de Pitágoras e Lei dos Cossenos para estimar a largura de uma represa, seguindo as etapas da modelagem matemática.

Conteúdos envolvidos:

- Relações métricas no triângulo retângulo;
- Razões trigonométricas;
- Lei dos Senos;
- Lei dos Cossenos;
- Classificação de Ângulos;
- Proporcionalidade;
- Conversão de unidades

Recursos utilizados:

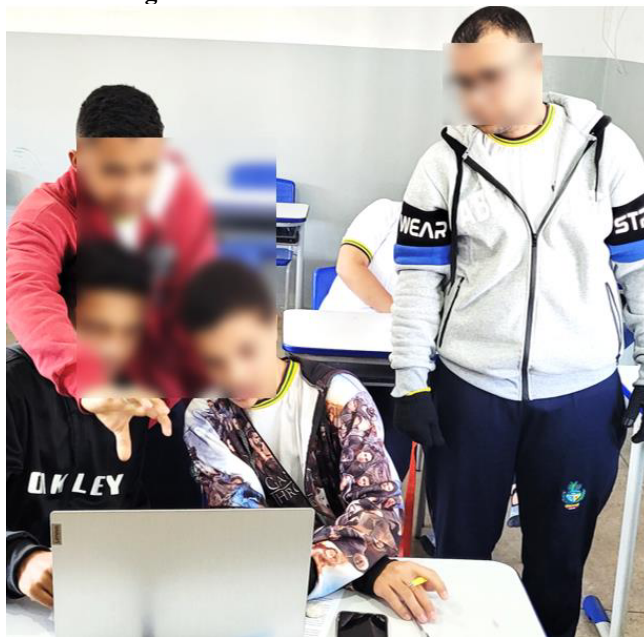
- Transferidos adaptado;
- Trena comum.

Etapas da modelagem para desenvolvimento da atividade:

- **Escolha do tema:** Modelagem Matemática para estimar a largura de uma represa.

Essa etapa foi muito importante, pois os alunos discutiram uma forma de resolver temas que criassem oportunidade de estarem fora dos muros da escola (Figura 42). Os estudantes desejavam atividades que fossem fora da rotina “copiar, escutar, reproduzir, receber visto e esperar a próxima aula”.

Figura 42. Alunos debatendo o tema.



Fonte: Autor (2023).

. A sugestão da represa surgiu na fase inicial da pesquisa, localizada no perímetro do bairro, proporcionando uma oportunidade única de exploração para os alunos (Figura 43).

Figura 43. Contexto do problema proposto pelo aluno 1.

Estamos imersos no mundo fascinante das aplicações práticas da matemática. A aplicação das relações trigonométricas, especificamente o uso do seno, cosseno e tangente, para medir distâncias que, de outra forma, seriam inacessíveis. Nossa investigação atual nos leva à pequena represa localizada no perímetro da Vila São Vicente, em Anápolis, Goiás.

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

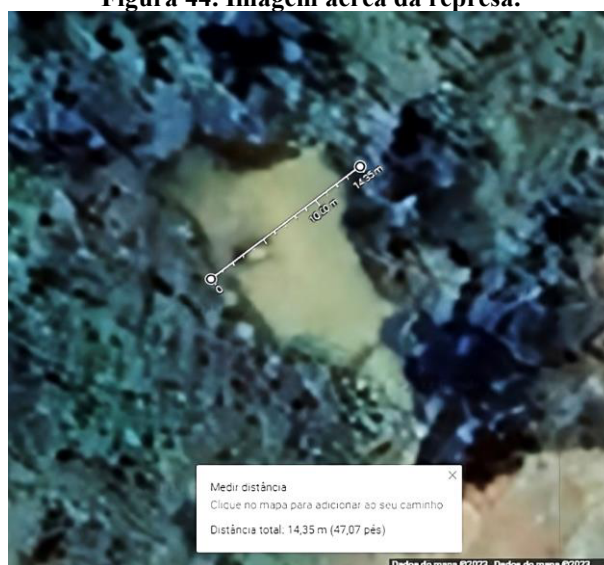
Transcrição da Figura 43:

Estamos imersos no mundo fascinante das aplicações práticas da matemática. A aplicação das relações trigonométricas, especificamente o uso do seno, cosseno e tangente, para medir distâncias que, de outra forma, seriam inacessíveis. Nossa investigação atual nos leva à pequena represa localizada no perímetro da Vila São Vicente, em Anápolis, Goiás. [sic].

- **Pesquisa exploratória**

Nesta fase, os alunos exploraram imagens da represa no Google Maps para compreender as dimensões em escala do local e determinar qual parte da represa seria objeto das medições (Figura 44).

Figura 44. Imagem aérea da represa.



Fonte: Autor (2023)

Por se localizar em uma propriedade privada, na fase exploratória, o proprietário foi contatado e informado sobre a pesquisa em torno da represa. Além disso, foi delineada a abordagem matemática que seria aplicada a esse ambiente externo, a partir da definição clara do problema.

- **Levantamento do problema**

Após a pesquisa exploratória sobre obras relacionadas à aplicação de técnicas de medição de distâncias e visitas ao local da represa, realizadas no perímetro do bairro, os alunos definiram o problema que envolve medição (Figura 45): *como estimar a largura da represa utilizando marcações triangulares em sua margem?*

Figura 45. Contexto do problema proposto pelos alunos.

Nosso objetivo principal é demonstrar a eficácia da modelagem matemática e da trigonometria como ferramentas precisas para calcular a largura da represa d'água sem a necessidade de medição direta.

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Transcrição da Figura 45:

Nosso objetivo principal é demonstrar a eficácia da modelagem matemática e da trigonometria como ferramentas precisas para calcular a largura da represa d'água sem a necessidade de instrumentos de medição direta. [sic].

Para ter certeza da consistência dos possíveis métodos a serem utilizados, os alunos resolveram testar primeiro as formas de medição em esboços menores (Figura 46).

Figura 46. Alunos aplicam trigonometria em medições em escala menor.



Fonte: Autor (2023).

Em seguida, os alunos construíram um teodolito improvisado para ser utilizado como instrumento de medição dos ângulos durante a triangulação dos problemas selecionados para resolução, conforme mostra a Figura 47.

Figura 47. Montagem do teodolito caseiro.



Fonte: Autor (2023).

- **Resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema**

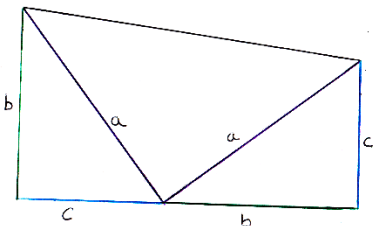
Introdução ao modelo matemático:

Essa foi a etapa mais sensível da atividade, pois demandou uma revisão detalhada de técnicas matemáticas voltadas para a medição de distâncias, centradas no triângulo, como as relações métricas do triângulo retângulo, a trigonometria básica e a semelhança entre triângulos (Figura 48).

Figura 48. Uma das Demonstrações possíveis do Teorema de Pitágoras.

Formalização do modelo matemático
 Considerar um trapézio de bases menores c , base maior b e altura $b \cdot c$. Podemos decompor o trapézio em três triângulos: dois retos e um de modo que tenham catetos b e c e hipotenusa a .

x Sabemos que a área do trapézio é dada por:
 $A_{\text{trapézio}} = \frac{(b+c) \cdot b \cdot c}{2} = \frac{b^2 + 2bc + c^2}{2}$
 A soma das áreas dos triângulos é dada por:
 $A_{\text{total}} = \frac{(b \cdot c)}{2} + \frac{(b \cdot c)}{2} + \frac{(a \cdot a)}{2} = \frac{2bc + a^2}{2}$
 Como a área do trapézio deve ser igual à soma das áreas dos triângulos obtemos que:
 $\frac{(b^2 + 2bc + c^2)}{2} = \frac{2bc + a^2}{2} \Rightarrow b^2 + c^2 = a^2$



Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Dado o caráter sofisticado do problema, que aborda um conteúdo considerado desafiador para os alunos, nesta fase, eles se dedicaram a compreender os fundamentos das regras matemáticas envolvidas (Figura 49).

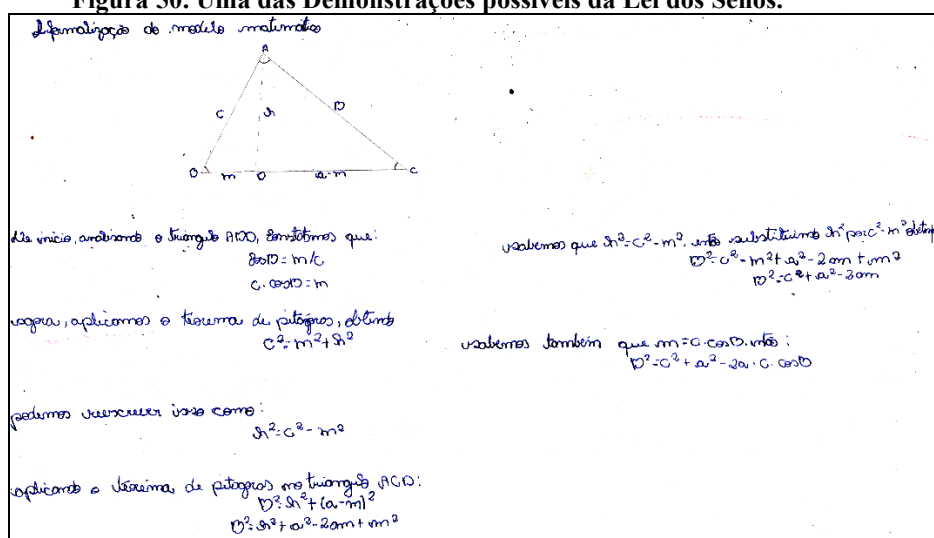
Figura 49. Revisão de trigonometria para matematização da atividade.



Fonte: Autor (2023).

Como a modelação engloba a exploração de possibilidades para formalizar regras e representações matemáticas, assim como compreender a formação histórica de regras já estabelecidas na literatura matemática, na fase de exploração, os alunos conduziram uma pesquisa detalhada sobre as demonstrações do Teorema de Pitágoras e da Lei dos Cossenos, investigando sua aplicação com base na frequência com que essas regras são abordadas no ENEM, conforme registrado na Figura 50.

Figura 50. Uma das Demonstrações possíveis da Lei dos Senos.

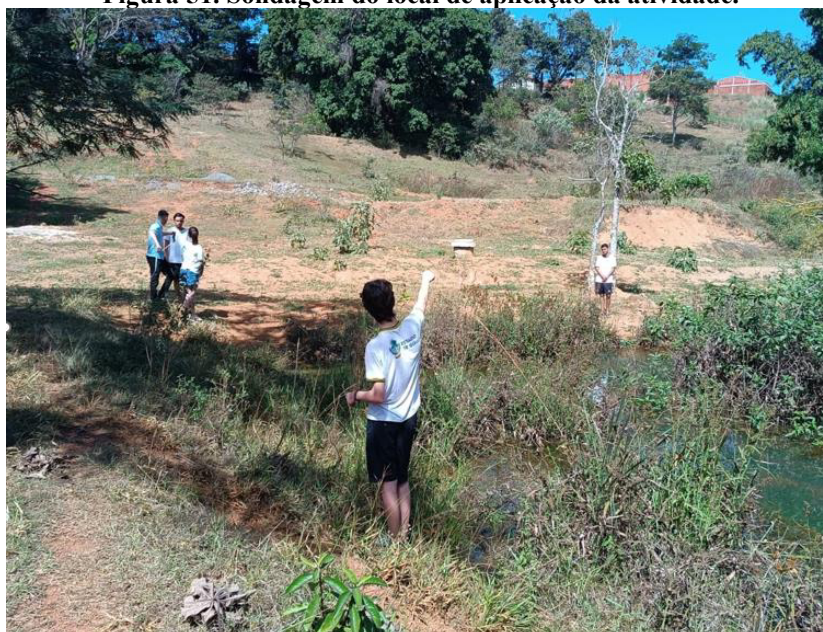


Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Experimento prático e coleta de dados:

Após algumas aulas dedicadas ao planejamento de estratégias para a coleta de dados, os alunos partiram para o campo. Durante as visitas à represa, onde dialogaram com o proprietário, estudaram o terreno e identificaram um local seguro para conduzir tanto as medições estimadas quanto as medições precisas conforme registra a Figura 51.

Figura 51. Sondagem do local de aplicação da atividade.



Fonte: Autor (2023).

A Figura 52 mostra que os alunos utilizaram uma fita métrica para medir a largura da represa, comparando os resultados dessa técnica com as estimativas previamente realizadas.

Figura 52. Medição da largura da represa.



Fonte: Autor (2023).

Aplicação do modelo aos dados coletados:

Após a coleta de dados, os alunos precisaram de algumas aulas para aplicação dos modelos formalizados. Como evidencia a Figura 53, essa etapa envolveu muitas reuniões, pois os alunos tinham muitas dificuldades de aprendizagem com um conteúdo considerado por eles bem sofisticado.

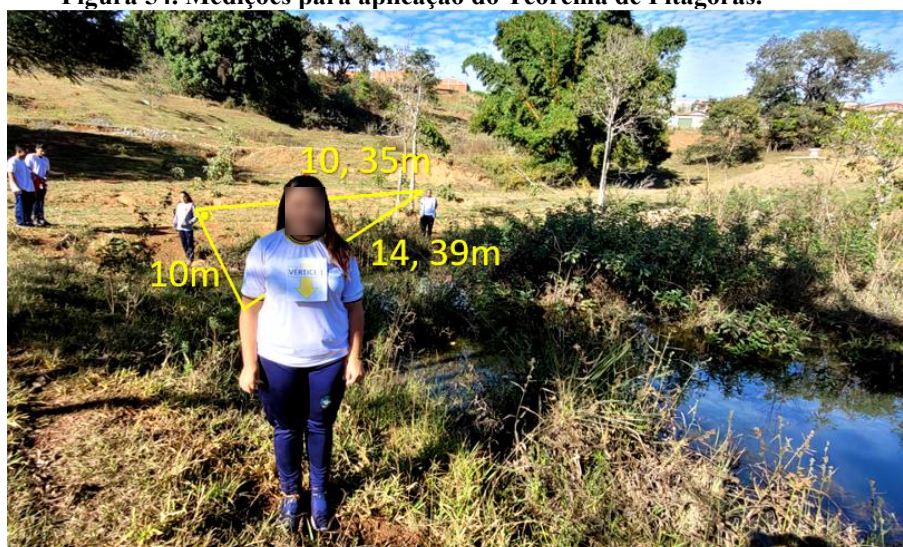
Figura 53. Reunião para discussão do problema da represa.



Fonte: Autor (2023).

A Figura 54 mostra a movimentação dos alunos em campo registrando medições a serem aplicadas nos modelos matemáticos discutidos.

Figura 54. Medições para aplicação do Teorema de Pitágoras.



Fonte: Autor (2023).

A Figura 55 apresenta o registro do cálculo manipulado pelos alunos na etapa de matematização do problema.

Figura 55. Cálculo usando Teorema de Pitágoras.

DADOS	MODELO MATEMÁTICO
$\overline{AB} = 10,35\text{m}$	$a^2 = b^2 + c^2$
$\overline{AC} = 10\text{m}$	$a = \sqrt{b^2 + c^2}$
$\overline{BC} = ?$	$a = \sqrt{10^2 + (10,35)^2}$
	$a \approx 14,39\text{m}$

Fonte: Registro anotado pelos alunos.

Transcrição do registro da Figura 55:

Dados do Modelo 1: Teorema de Pitágoras

Lado AB = 10,35 m

Lado AC = 10 m

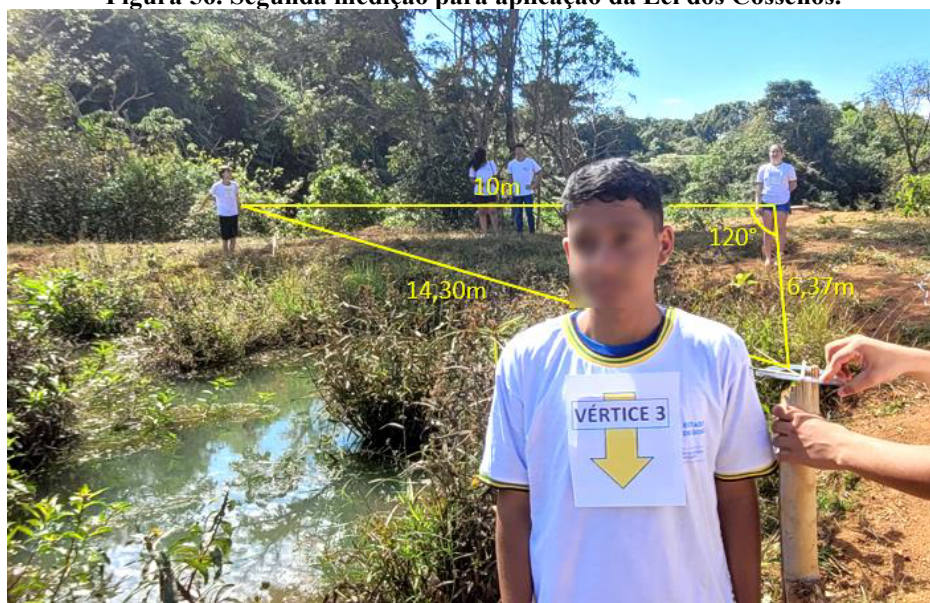
Largura estimada

$$BC = \sqrt{b^2 + c^2}$$

$$BC = \sqrt{(10,35)^2 + (10)^2} = 14,39 \text{ m}$$

A Figura 56 mostra que os alunos também realizaram uma segunda medição usando uma angulação de 120° com fim de aplicar a Lei dos Cossenos e contrastar o resultado com aquele encontrado durante a aplicação do modelo Pitagórico registrado na Figura 55.

Figura 56. Segunda medição para aplicação da Lei dos Cossenos.



Fonte: Autor (2023).

A Figura 57 registra o cálculo usando a trigonometria de da Lei dos Cossenos para encontrar a largura da represa.

Figura 57. Cálculo usando a Lei dos Cossenos.

DADOS	MODELO MATEMÁTICO
$AB = 10\text{m}$	$a = \sqrt{10^2 + (6,37)^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6,37 \cdot \cos 120^\circ}$
$AC = 6,37\text{m}$	$a \approx 14,30\text{m}$
$BC = ?$	

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Transcrição do registro da Figura 57:

Dados do Modelo 2: Lei dos Cossenos

Lado $AB = 10\text{ m}$

Lado $AC = 6,37\text{ cm}$

Largura estimada

$$a = BC = \sqrt{((10,35)^2 + (10)^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6,37 \cdot \cos (120^\circ))} = 14,40\text{ m}$$

- **Discussão e análise das soluções**

A atividade "Largura da Represa" foi bem estruturada e permitiu aos alunos desenvolverem habilidades de Modelagem Matemática e de trigonometria. A escolha do tema, estimar a largura de uma represa, é relevante e envolvente para os alunos, pois está relacionada a um ambiente real e desafiador. A atividade proporciona uma oportunidade única para os alunos aplicarem conceitos matemáticos em um contexto prático. O envolvimento do

proprietário do terreno mostra o comprometimento com a ética e o respeito às propriedades privadas.

Os alunos foram capazes de aplicar o Teorema de Pitágoras e a Lei dos Cossenos para estimar a largura da represa compreendendo as bases matemáticas necessárias para resolver o problema. A exploração desses conceitos é fundamental para a aplicação adequada. Os resultados obtidos pelos alunos foram satisfatórios, com uma diferença de apenas 0,01 m entre as duas estimativas. Isso indica que os alunos foram capazes de aplicar os conceitos matemáticos de forma correta. Os resultados obtidos com os dois modelos foram muito próximos (14,39 m e 14,40 m). Essa concordância fortalece a confiabilidade dos métodos utilizados pelos alunos.

A realização de medições reais no campo demonstra a aplicação prática dos conhecimentos matemáticos adquiridos. Além disso, a seleção de locais seguros para medição é crucial para garantir a segurança dos alunos. Os alunos aplicaram dois modelos matemáticos (Teorema de Pitágoras e Lei dos Cossenos) para estimar a largura da represa. A documentação cuidadosa dos cálculos foi importante para a transparência e revisão dos resultados.

No entanto, é importante ressaltar que a atividade apresentou alguns desafios para os alunos. O conteúdo matemático envolvido é considerado difícil por muitos alunos, e a atividade exigiu um alto nível de compreensão dos conceitos envolvidos.

- **Avaliação da atividade:**

A avaliação da atividade pode ser feita de forma contínua, ao longo da atividade, e por meio da apresentação dos resultados. Levou em conta os registros dos alunos para verificar se eles compreenderam os conceitos matemáticos envolvidos. A participação dos alunos na atividade demonstrou envolvimento e aprendizagem com a atividade.

- **Desafios na aplicação**

A atividade teve como desafio a compreensão do próprio conteúdo pelos alunos, a localização (onde a atividade poderia ser negada pelo proprietário), envolveu coordenação dos alunos (pois a tendência a dispersão era muito grande) e o tempo: os alunos já tinham muitos compromissos com a agenda da escola, por causa do SAEGO. Então a recomendação da escola é que nada de extra acontecesse (como essas atividades externas), mas as aulas concentrassem apenas “treinamento” do REVISIA GOIÁS (Figura 58), material didático disponibilizado pela CRE – Anápolis.

Figura 58. Aula sobre Revisa Goiás.



Fonte: Autor (2023).

6.4.3 Atividade 3 - O desafio das alturas imponentes: como medir o que não se pode tocar?

sequência didática desenvolvida

Objetivo:

- Construir e aplicar modelos matemáticos da trigonometria para estimar a altura da caixa d'água da escola e de uma das torres de uma Igreja Católica no bairro, desenvolvendo habilidades de Modelagem Matemática e promovendo a autonomia e a criatividade dos alunos.

Conteúdos envolvidos:

- Trigonometria;
- Medidas de inclinação;
- Proporcionalidade.

Recursos utilizados:

- Teodolito caseiro à base de um transferidor;
- Trena à laser.

Etapas da modelagem para desenvolvimento da atividade:

- **Escolha do tema:** Estimativa de alturas inacessíveis usando modelos trigonométricos.

Durante a primeira etapa da pesquisa, os alunos dialogaram apontando a possibilidade de utilizar as técnicas e ferramentas matemáticas aprendidas em sala de aula para algum tipo de problema que envolvesse o próprio ambiente escolar, seja a área de horta, seja a quadra, seja as rampas que compõem o ambiente de acesso da escola, seja algumas árvores, ou seja a torre da caixa d'água, que se destaca a longa distância pela sua altura e pela sua característica (Figura 59).

Figura 59. Reunião de planejamento da equipe 1.



Fonte: Autor (2023).

A Figura 60 apresenta o registro da definição do contexto estudado pelos alunos para a aplicação da Modelagem Matemática a um problema matemático envolvendo Igreja São Vicente:

Figura 60. Contexto do problema proposto pelo aluno da equipe 1.

A Igreja São Vicente possui uma torre majestosa e paredes imponentes, e nosso objetivo é determinar suas alturas com base em princípios matemáticos, explorando as relações trigonométricas do seno, cosseno, tangente, bem como a aplicação da lei dos senos e da lei dos cossenos.

Fonte: Registro anotado pelo aluno da equipe 1 durante a atividade.

Transcrição da Figura 60:

A Igreja São Vicente possui uma torre majestosa e paredes imponentes, e nosso objetivo é determinar suas alturas com base em princípios matemáticos, explorando as relações trigonométricas do seno, cosseno, tangente, bem como a aplicação da lei dos senos e da lei dos cossenos. [sic].

A equipe 2 seguiu o mesmo caminho, realizando reuniões (Figura 61) e planejando a abordagem para a contextualização do problema (Figura 62).

Figura 61. Reunião de planejamento da equipe 2.



Fonte: Autor (2023).

Figura 62. Contexto do problema proposto pelo aluno da equipe 2.

A trigonometria desempenha um papel essencial em muitos campos, e a medição precisa de distância e alturas é fundamental para o planejamento e a engenharia de estruturas. Pode-se empregar essas técnicas matemáticas de trigonometria para determinar a altura de uma caixa d'água, por exemplo, usando a modelagem matemática.

Fonte: Registro anotado pelo aluno da equipe 2 durante a atividade.

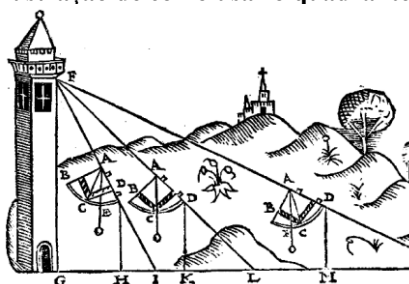
Transcrição da Figura 62:

A trigonometria desempenha um papel essencial em muitos campos, e a medição precisa de distâncias e alturas é fundamental para o planejamento e a engenharia de estruturas. Pode-se empregar essas técnicas matemáticas de trigonometria para determinar a altura de uma caixa d'água, por exemplo, usando a modelagem matemática. [sic].

- **Pesquisa exploratória**

Essa etapa da atividade foi cumprida pelos alunos durante momentos de aulas regulares. Nessa fase da atividade, os alunos foram estimulados pelo professor a realizarem uma pesquisa bibliográfica em artigos científicos ou dissertações monográficas que tratavam sobre a medição de alturas utilizando técnicas matemática consagradas pela literatura de obras raras (Figura 63).

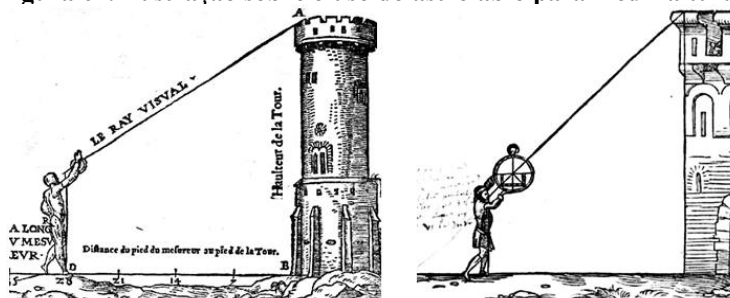
Figura 63. Ilustração de como usar o quadrante geométrico.



Fonte: Bartoli (1564).

Durante a pesquisa exploratória, os alunos encontraram muitas referências de obras que utilizavam o Teorema de Pitágoras, semelhança de triângulos e algumas relações trigonométricas como técnica matemática para medição de alturas inacessíveis (Figura 64).

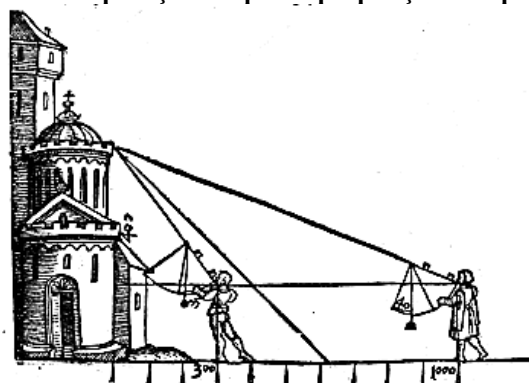
Figura 64. Ilustração sobre o uso do astrolábio para medir alturas.



Fonte: Pesquisa realizada pelos alunos.

Diante disso, os alunos convencionaram aplicar essas técnicas, testando primeiro na caixa d'água da escola. A justificativa da escolha passou pelo fato de a caixa ser acessível e ter uma das maiores alturas no ambiente escolar com o fim de aplicar a quinta proposição de Apianus (Figura 65).

Figura 65. Aplicação da quinta proposição de Apianus.



Fonte: Apianus (1532).

- **Levantamento do problema**

Descrição:

Após a pesquisa exploratória em torno de obras que envolvessem a citação de técnicas para medição de alturas e visitas a alguns lugares dentro e fora do ambiente escolar, nas quadras adjacentes, os alunos delimitaram o problema envolvendo medição baseado no contexto de inserção da Igreja São Vicente (Figura 66): *como estimar a altura da torre da Igreja Católica São Vicente?*

Figura 66. Contexto do problema proposto pelos alunos.

Na matemática, iniciamos em uma jornada de exploração das aplicações práticas da modelagem matemática. A modelagem matemática é uma abordagem essencial para resolver problemas do mundo real por meio do uso de conceitos e técnicas matemáticas. No contexto de aplicação da trigonometria como uma ferramenta poderosa para medir distâncias inacessíveis, escolhemos a Igreja São Vicente, localizada na Vila São Vicente, Anápolis, Goiás, como nosso ponto de estudo, pelo seu papel histórico na formação do bairro.

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Transcrição da Figura 66:

Na Matemática, iniciamos em uma jornada de exploração das aplicações práticas da modelagem matemática. A modelagem matemática é uma abordagem essencial para resolver problemas do mundo real por meio do uso de conceitos e técnicas matemáticas. No contexto de aplicação da trigonometria como uma ferramenta poderosa para medir distâncias inacessíveis, escolhemos a Igreja São Vicente, localizada na Vila São Vicente, Anápolis, Goiás, como nosso ponto de estudo, pelo seu papel histórico na formação do bairro. [sic].

Para iniciar os trabalhos os alunos realizaram visitas com fim de estudar e registrar peculiaridades da arquitetura da igreja São Vicente (Figura 67).

Figura 67. Croqui realizado pelos alunos para estudo das dimensões da Igreja São Vicente.



Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Para garantir a consistência dos potenciais métodos a serem empregados, os alunos decidiram realizar um teste preliminar utilizando as formas de medição, dentro de um novo problema (Figura 68): estimar a altura da caixa d'água da escola. Essa abordagem inicial tinha como objetivo assegurar a eficácia e a confiabilidade das técnicas escolhidas antes de aplicá-las no contexto mais amplo da modelagem matemática.

Figura 68. Contexto do problema envolvendo a caixa d'água da escola.

Nesse contexto a caixa d'água localizada no Colégio situado na Vila São Vicente Anápolis, Goiás, apresenta na desafio intrigante. Nosso objetivo é encontrar a altura da caixa d'água sem recorrer a instrumentos de medição direta, como réguas ou fitas métricas. Em vez disso pretendemos utilizar ângulos de elevação, distâncias medidas e as relações trigonométricas para obter essa medida com precisão.

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

Transcrição da Figura 68:

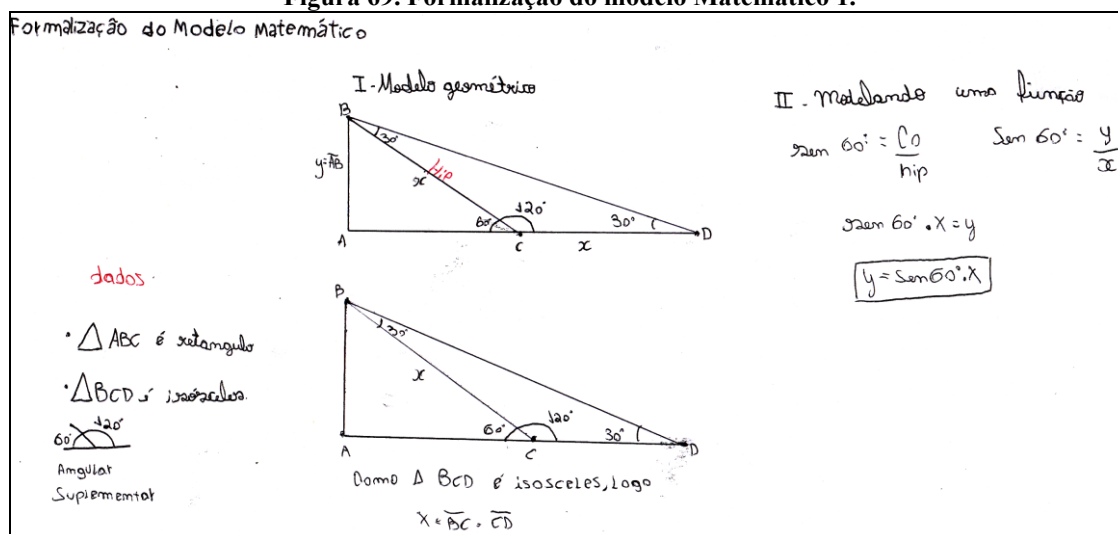
Nesse contexto, a caixa d'água localizada no Colégio, situado na Vila São Vicente, Anápolis, Goiás, apresenta um desafio intrigante. Nosso objetivo é encontrar a altura da caixa d'água sem recorrer a instrumentos de medição direta, como réguas ou fitas métricas. Em vez disso, pretendemos utilizar ângulos de elevação, distâncias medidas e as relações trigonométricas para obter essa medida com precisão. [sic].

- **Resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema**

Introdução ao modelo matemático:

Essa fase representou um ponto crítico na atividade, exigindo uma revisão minuciosa de técnicas matemáticas centradas na medição de distâncias, especialmente aquelas relacionadas ao triângulo. Incluíram-se a análise das relações métricas do triângulo retângulo, conceitos fundamentais de trigonometria e a semelhança entre triângulos. Os alunos da Equipe 1 assumiram a responsabilidade de formalizar o modelo fundamentado na relação seno (Figura 69).

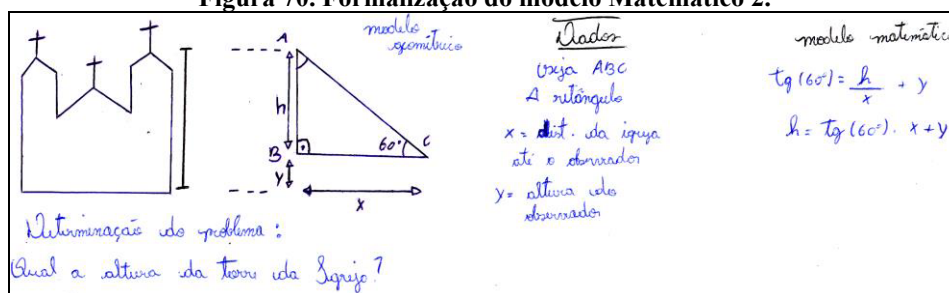
Figura 69. Formalização do modelo Matemático 1.



Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Simultaneamente, outra parte da equipe dedicou-se à pesquisa sobre a modelagem de uma equação utilizando a relação tangente para medições de alturas (Figura 70).

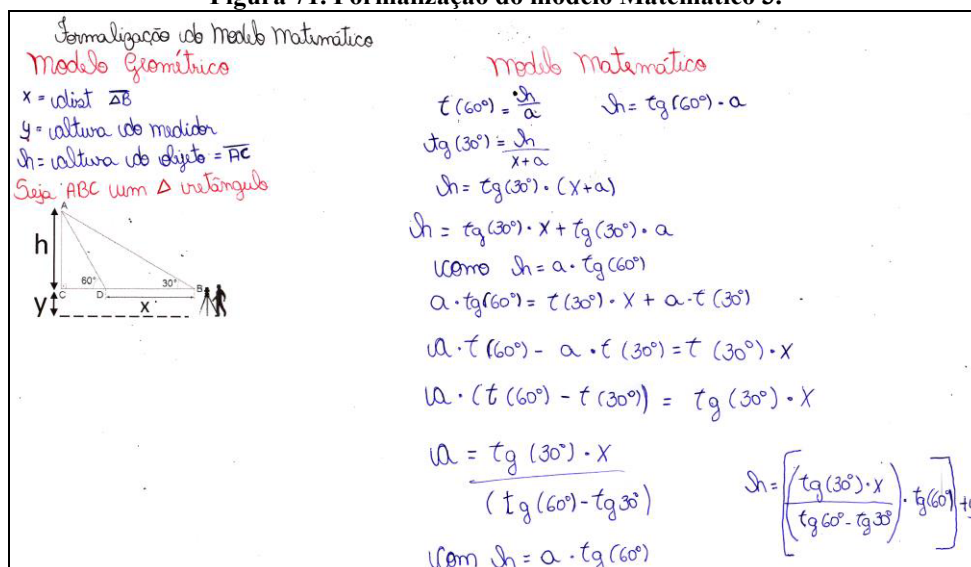
Figura 70. Formalização do modelo Matemático 2.



Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Posteriormente, todos os alunos, agora mais maduros no processo de modelagem, reuniram-se para discutir e desenvolver um modelo próprio, formalizado a partir da relação tangente sobre dois ângulos (Figura 71).

Figura 71. Formalização do modelo Matemático 3.



Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

A fase demandou várias aulas para alinhar técnicas essenciais que possibilitassem, inicialmente, a modelagem geométrica e, posteriormente, a modelagem algébrica, ambas aplicáveis aos problemas identificados pelos alunos (Figura 72).

Figura 72. Alinhamento das técnicas a cada problema selecionado.



Fonte: Autor (2023).

Experimento prático e coleta de dados:

Após algumas aulas dedicadas ao planejamento de estratégias para a coleta de dados, os alunos dirigiram-se ao local de estudo. Inicialmente, realizaram medições na torre, utilizando pedras e um transferidor improvisado, semelhante a um teodolito (consulte a Figura 73).

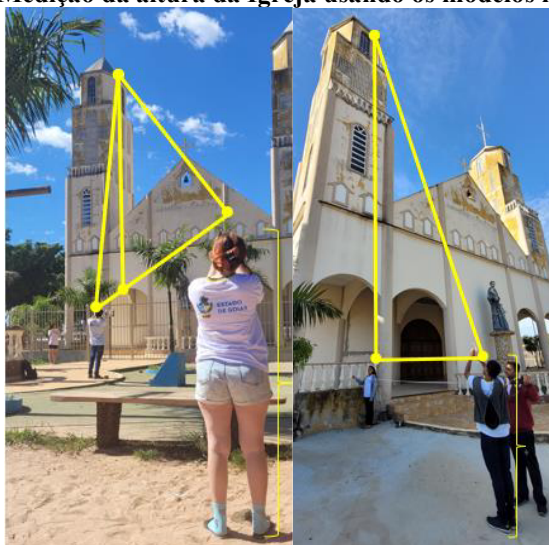
Figura 73. Medição da altura da torre usando os modelos matemáticos.



Fonte: Autor (2023).

Em uma aula subsequente, os alunos deslocaram-se até a igreja, realizando medições na torre principal e nas paredes laterais. Esses dados foram posteriormente incorporados aos modelos previamente elaborados, com o objetivo de estimar a altura desejada (consulte a Figura 74).

Figura 74. Medição da altura da Igreja usando os modelos matemáticos.



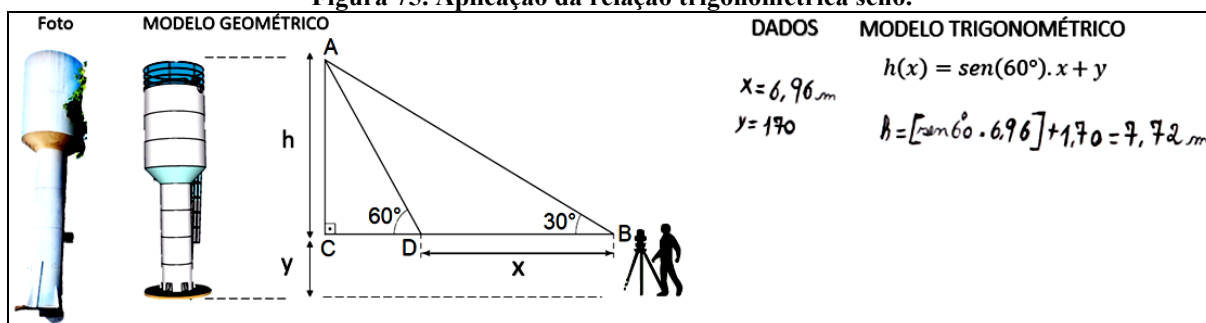
Fonte: Autor (2023).

Aplicação do modelo aos dados coletados:

Após a coleta de dados, os alunos participaram de várias aulas dedicadas à aplicação dos modelos formalizados. Essa etapa revelou-se particularmente desafiadora devido à necessidade de habilidade na manipulação dos cálculos, exigindo tempo para um estudo mais detalhado e a comparação dos dados entre diferentes modelos.

Essa etapa representou um marco essencial na formação prática dos alunos em modelagem. Durante esse processo, eles aplicaram as medidas obtidas da caixa d'água à formulação do modelo, utilizando a relação trigonométrica seno como referência (consulte a Figura 75). Essa abordagem não apenas consolidou os conceitos de modelagem, mas também evidenciou a aplicação concreta da teoria na resolução de problemas do mundo real.

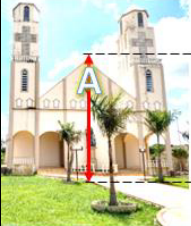
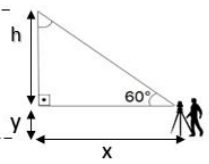

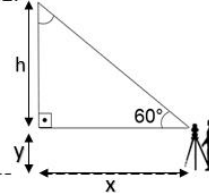

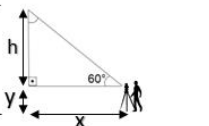

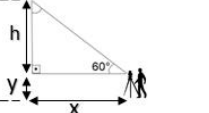
Figura 75. Aplicação da relação trigonométrica seno.



Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Os alunos empregaram a relação tangente, que foi ensinada durante as aulas de matemática (ver Figura 76), para realizar o cálculo da altura da igreja. Nesse processo, a aplicação prática do conceito tangente, adquirido durante as lições, foi fundamental para a determinação precisa da altura da torre da edificação da Igreja.

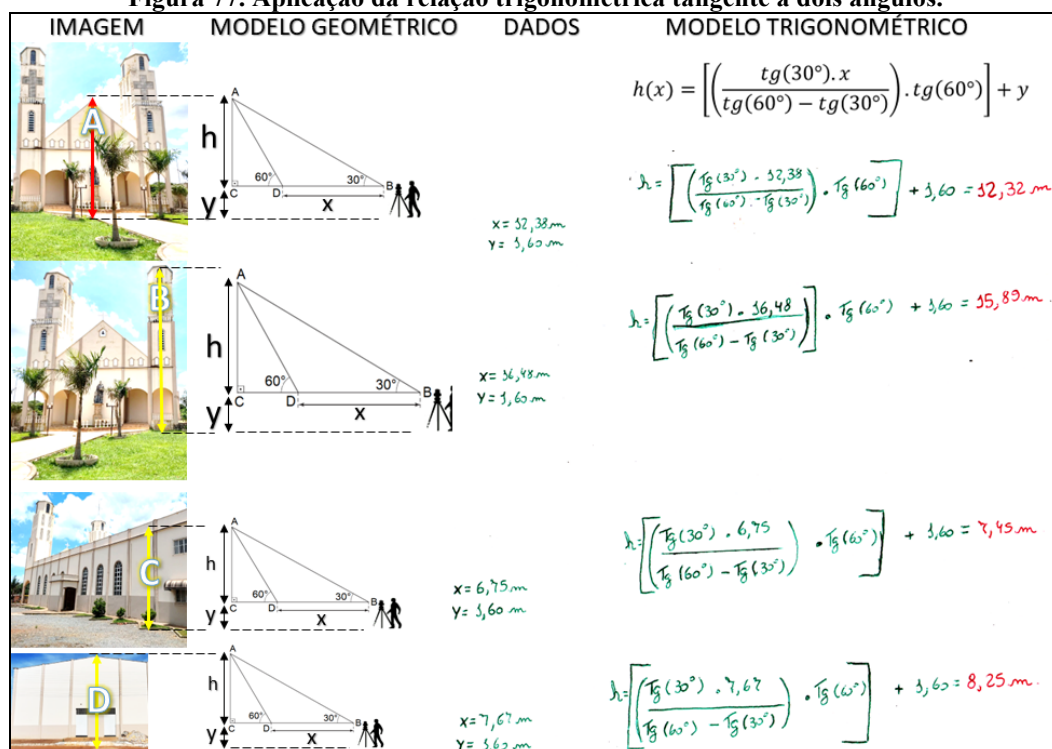
Figura 76. Aplicação da relação trigonométrica tangente.

IMAGEM	MODELO GEOMÉTRICO	DADOS	MODELO TRIGONOMÉTRICO
		$x = 6,20 \text{ m}$ $y = 1,60 \text{ m}$ $h = ? \text{ m}$	$h(x) = \text{tg}(60^\circ) \cdot x + y$ $h = \text{tg}(60^\circ) \cdot 6,20 + 1,60$ $h = 10,73 + 1,60$ $h = \underline{12,33 \text{ m}}$
		$x = 8,25 \text{ m}$ $y = 1,60 \text{ m}$ $h = ? \text{ m}$	$h = \text{tg}(60^\circ) \cdot 8,25 + 1,60$ $h = 14,28 + 1,60$ $h = \underline{15,88 \text{ m}}$
		$x = 3,38 \text{ m}$ $y = 1,60 \text{ m}$ $h = ? \text{ m}$	$h = \text{tg}(60^\circ) \cdot 3,38 + 1,60$ $h = 5,85 + 1,60$ $h = \underline{7,45}$
		$x = 3,84 \text{ m}$ $y = 1,60 \text{ m}$ $h = ? \text{ m}$	$h = \text{tg}(60^\circ) \cdot 3,84 + 1,60$ $h = 6,65 + 1,60$ $h = \underline{8,25 \text{ m}}$

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Após a utilização de modelos mais básicos, encontrados em qualquer livro didático que explore a aplicação das relações trigonométricas no cálculo de distâncias, os alunos empregaram uma abordagem de modelagem desenvolvida por eles, utilizando manipulação algébrica (ver Figura 77). A experiência teve como objetivo contrastar os resultados obtidos com as relações trigonométricas mais simples em comparação com o modelo que eles estudaram e formalizaram.

Figura 77. Aplicação da relação trigonométrica tangente a dois ângulos.



Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

- **Discussão e análise das soluções**

A sequência didática apresentada demonstrou-se uma abordagem interessante para envolver os alunos em atividades práticas e significativas relacionadas à trigonometria e à aplicação de conceitos matemáticos no mundo real. A escolha do tema, "Medir alturas inacessíveis usando técnicas matemáticas," mostrou-se relevante e cativante para os alunos, pois relaciona a matemática a situações práticas do ambiente escolar e da comunidade local.

A pesquisa bibliográfica promoveu a pesquisa independente e a habilidade de buscar informações, o que é valioso para o desenvolvimento acadêmico dos alunos. A definição do problema, estimar a altura da torre da Igreja Católica São Vicente, é desafiadora e relacionada ao contexto local, o que torna a atividade mais envolvente e significativa para os alunos.

Além disso, a contextualização histórica da igreja acrescenta um elemento interessante à tarefa. O envolvimento dos alunos na interpretação geométrica e na modelagem algébrica mostrou-se uma abordagem eficaz para o aprendizado ativo. A realização de medições no campo usando instrumentos improvisados, como o teodolito caseiro, foi uma maneira prática dos alunos aplicarem conceitos aprendidos.

Os registros evidenciaram a promoção de habilidades de resolução de problemas e trabalho em equipe, já que os alunos precisaram colaborar para coletar dados precisos.

- **Avaliação da atividade:**

A avaliação da atividade foi realizada de forma contínua, ao longo da atividade, e por meio do *feedback* no questionário de opinião (Anexo 5).

- **Desafios na aplicação**

Diante dos desafios inerentes à rotina estruturada da escola, que limita a realização de atividades externas devido aos riscos envolvidos e à falta de profissionais disponíveis para acompanhar o professor, foi necessário um extenso processo de negociação entre o professor-pesquisador e a gestão escolar.

Adicionalmente, estabeleceu-se um acordo formal entre o professor-pesquisador e os alunos, visando evitar desvios de foco e assegurar a execução sistemática da pesquisa. Esse acordo tinha como propósito garantir que os alunos compreendessem os valores das etapas científicas envolvidas no processo. A medida também visava proteger a pesquisa contra possíveis influências prejudiciais, como sabotagem, problemas de trânsito ou situações inesperadas que pudessem surgir durante suas diversas fases.

Também foi enfrentado o desafio de obter as medidas oficiais de edifícios considerados históricos e públicos. Foi solicitado à equipe da Igreja local utilizada na atividade, um mapa ou planta com suas dimensões específicas para contrastar as medidas estimadas, mas dificuldades foram enfrentadas no acesso a essa documentação.

No caso da caixa d'água da escola, cuja medida oficial era de 7,68 metros, os estudantes tiveram a oportunidade de realizar uma comparação utilizando uma técnica que leva em consideração diversas circunstâncias e variáveis. Isso incluiu o desnível do solo, a montagem do teodolito caseiro de forma inadequada e as medidas realizadas com alguma imprecisão pelos alunos, entre outras considerações pertinentes ao processo experimental.

6.4.4 Atividade 4 - As rampas da escola: um desafio de inclusão.

sequência didática desenvolvida

Objetivo:

- Construir e aplicar um modelo matemático para verificar a acessibilidade das rampas da escola, seguindo as normas da ABNT, desenvolvendo habilidades de Modelagem Matemática e promovendo a autonomia e a criatividade dos alunos.

Conteúdos envolvidos:

- Trigonometria;
- Medidas de inclinação;
- Proporcionalidade

Recursos utilizados:

- Foi utilizado para o experimento apenas uma fita de medir.

Etapas da modelagem para desenvolvimento da atividade:

- **Escolha do tema:** Verificação da acessibilidade das rampas da escola de acordo com as normas da ABNT.

Na instituição escolar alvo da pesquisa, foram recentemente implementadas rampas visando assegurar a acessibilidade de cadeirantes a todos os espaços. No entanto, durante as deliberações sobre o projeto, os alunos notaram que a inclinação das rampas é consideravelmente acentuada, o que dificulta a locomoção dos cadeirantes.

Diante dessa observação, os alunos perceberam a necessidade de verificar se a construção das rampas está em conformidade com normas padrão que garantam a facilidade de tráfego para os estudantes cadeirantes (Figura 78).

Figura 78. Contexto do problema proposto pelos alunos.

Lugares públicos são ambientes com tráfego, quase sempre, volumoso de pessoas. Entre esses lugares está a escola. Dentre os alunos com maior dificuldade de acesso a ambientes estão os cadeirantes. A norma NBR 9050 da ABNT determina o grau apropriado de inclinação para vencer um desnível conforme tabela abaixo:

Desnível	Inclinação máxima
Mais de 1m	5%
de 80cm. a 1m	6,25%
Até 80cm	8,33%

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

Transcrição da Figura 78:

Lugares públicos são ambientes com tráfego, quase sempre volumoso de pessoas. Entre esses lugares está a escola. Dentre os alunos com maior dificuldade de acesso a ambientes estão os cadeirantes. A norma NBR 9050 da ABNT (2004, p. 58) determina o grau apropriado de inclinação para vencer o desnível conforme a tabela abaixo. [sic].

Desnível	Inclinação Máxima
Mais de 1 m	5%
De 80 cm a 1 m	6,25%
Até 80 cm	8,33%

- **Pesquisa exploratória**

Para aprofundar a pesquisa sobre o tema, os alunos conduziram análises das rampas, realizando medições e dialogando com os responsáveis pela implementação dessas estruturas na escola. Eles observaram que a construção do modelo das rampas considerou apenas a altura do calçamento, sem uma abordagem técnica que contemplasse adequadamente o coeficiente de inclinação e as normativas pertinentes (Figura 79).

Figura 79. Medição das dimensões da rampa.



Fonte: Autor (2023).

- **Levantamento dos problemas**

Após a etapa inicial de pesquisa junto aos profissionais da escola que supervisionaram os pedreiros durante a construção para contextualização do problema (ver Figura 80), os alunos avançaram para uma conclusão, delineando o problema específico a ser explorado: *como estabelecer coeficientes de inclinação para as rampas que sejam adequados à acessibilidade dos alunos cadeirantes?*

Figura 80. Contextualização do problema.

No contexto dado, nosso objetivo será calcular a porcentagem de inclinação de duas rampas da escola estadual na Vila São Vicente, Anápolis - GO.

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

Transcrição da Figura 80:

No contexto dado, nosso objetivo será calcular a porcentagem de inclinação de duas rampas da escola estadual na Vila São Vicente, Anápolis e Goiás. [sic].

- **Resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema**

Introdução ao modelo matemático:

Após intensos debates entre os estudantes, sob mediação do professor, foi identificada a existência um documento oficial para normatização de construções internas: a norma NBR 9050 da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT). Durante a etapa exploratória da atividade, os alunos descobriram a regra matemática (consulte Figura 81) fornecida pela ABNT (2004, p. 58). Utilizando essa regra, os estudantes estimaram o coeficiente de inclinação das rampas e verificaram se estão em conformidade com os padrões de acessibilidade estabelecidos nos documentos regulatórios.

Figura 81. Apresentação do modelo matemático pesquisado.

O modelo matemático para o cálculo da inclinação é dado pela norma NBR 9050 da ABNT:

$$i = \frac{100 \cdot h}{c}$$

onde i = inclinação (%)
 h = altura do desnível
 c = comprimento da projeção horizontal.

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

Transcrição da Figura 81:

O modelo matemático para o cálculo da inclinação é dado pela norma da NBR 9050 da ABNT:

$$i = \frac{100 \cdot h}{c}$$

Onde

i = coef. de inclinação dado em %;

h = altura da rampa em cm;

c = tamanho da projeção horizontal da rampa em cm.

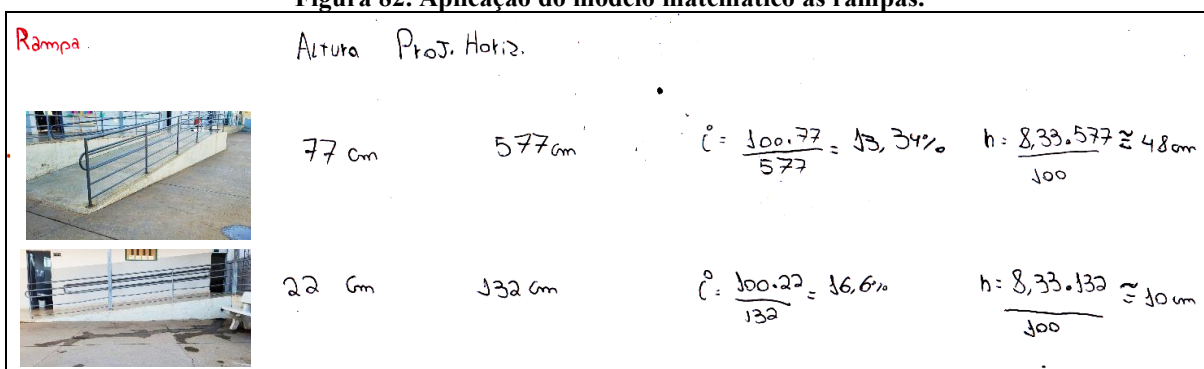
Experimento prático e coleta de dados:

No local escolhido, os alunos realizaram medições utilizando trena comum e trena a laser, visando coletar dados de maneira segura para a subsequente aplicação do modelo matemático escolhido.

Aplicação do modelo aos dados coletados:

Na Figura 82, é apresentado o registro do cálculo elaborado pelos alunos.

Figura 82. Aplicação do modelo matemático às rampas.



Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

Transcrição do registro da Figura 82:

Rampa 1:

Dados

Altura da rampa = 77 cm

Projeção horizontal da rampa = 577 cm

Coefficiente de Inclinação

$$i = \frac{100 \cdot 77}{577} = 13,34\%$$

Altura ideal máxima para ficar dentro da norma de acessibilidade (ABNT)

$$h = \frac{8,33 \cdot 577}{100} = 48 \text{ cm}$$

Rampa 2:

Dados

Altura da rampa = 22 cm

Projeção horizontal da rampa = 132 cm

Coefficiente de Inclinação

$$i = \frac{100 \cdot 22}{132} = 16,6\%$$

Altura ideal máxima para ficar dentro da norma de acessibilidade (ABNT)

$$h = \frac{8,33 \cdot 132}{100} = 10 \text{ cm}$$

- **Discussão e análise das soluções**

A atividade permitiu o desenvolvimento de uma ação colaborativa por meio de discussões. O tema foi bem pertinente, pois, facilitou um olhar crítico dos alunos envolvendo

a cidadania e acessibilidade. O levantamento dos dados e a oportunidade de resolução do problema delimitado teve muita facilidade, pois as rampas ficavam dentro do próprio pátio da escola.

Com base nos dados coletados, a rampa 1 apresenta um coeficiente de inclinação de 13,34%, que está dentro do limite máximo de 8,33% estabelecido pela norma NBR 9050 da ABNT. Isso significa que a rampa 1 é adequada para a acessibilidade de cadeirantes. Já a rampa 2 apresenta um coeficiente de inclinação de 16,6%, que está acima do limite máximo estabelecido pela norma. Isso significa que a rampa 2 é inadequada para a acessibilidade de cadeirantes, pois pode dificultar a locomoção de pessoas com mobilidade reduzida.

A análise dos dados indicou que a atividade conduzida pelos alunos alcançou sucesso, proporcionando a aquisição de conhecimentos sobre a correlação entre a inclinação de uma rampa e a acessibilidade para cadeirantes. Além disso, a iniciativa possibilitou a aplicação prática dos conhecimentos matemáticos para solucionar um problema do mundo real.

- **Avaliação da atividade:**

A avaliação foi positiva. Levou em consideração que os alunos foram capazes de aplicar o modelo matemático para calcular o coeficiente de inclinação das rampas. Os alunos propuseram enviar um relatório para a direção da escola com as conclusões da atividade e propor soluções para adequar as rampas fora da norma.

- **Desafios na aplicação**

A atividade teve como desafio a leitura de uma norma técnica pelos alunos. Esse tipo de literatura não está dentro do espectro de leitura. Precisaram de uma boa mediação do professor, para que os resultados fossem alcançados.

6.4.5 Atividade 5 - O segredo do número do calçado.

sequência didática desenvolvida

Objetivo:

- Aplicar um modelo matemático para estimar o número do calçado, a partir da medida do comprimento do pé.

Conteúdos envolvidos:

- Grandezas e medidas;

- Estatística;

Recursos utilizados:

- Foi utilizado para o experimento apenas uma fita de medir (em cm) e a numeração do calçado de cada aluno.

Etapas da modelagem para desenvolvimento da atividade:

- **Escolha do tema:** Relação matemática entre Tamanho do Pé e Número do Calçado.

No início do ano, o governo estadual realizou a entrega de um *kit* de uniformes para cada aluno. Além de terem recebido mochilas e roupas, também receberam calçados. Um dos maiores desafios foi comportar o tamanho do pé ao número do calçado. Os alunos perceberam que o tamanho do pé não era compatível com a numeração de costume que eles se calçavam. Essa situação gerou um debate interessante de como a indústria brasileira realiza a formatação dos calçados de acordo com o tamanho do pé de cada brasileiro, contextualizando o problema (conforme a Figura 83).

Figura 83. Contexto do problema proposto pelos alunos.

No início do ano, nós recebemos alguns calçados do governo como parte do uniforme. O número dos calçados tinha uma diferença do número que nós calçamos normalmente. Ele era um pouco maior. Nós achamos interessante a questão da numeração do calçado e ficamos imaginando se um pé que calça um número tem o mesmo tamanho que outro pé que calça o mesmo número. Por isso decidimos estudar este tema na modelagem.

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

Transcrição da Figura 83:

No início do ano, nós recebemos alguns calçados do governo como parte do uniforme. O número dos calçados tinha uma diferença do número que nós calçamos normalmente. Ele era um pouco maior. Nós achamos interessante a questão da numeração do calçado e ficamos imaginando se um pé que calça um número tem o mesmo tamanho que outro pé que calça o mesmo número. Por isso decidimos estudar este tema na modelagem. [sic].

A partir dessa discussão do grupo focal, foi formalizado o contexto do problema que gerou o tema: *existe uma forma calcular o número do calçado baseado no tamanho do comprimento do pé?*

- **Pesquisa exploratória**

Para pesquisar melhor sobre o tema, os alunos conversaram com sapateiros, mas não encontraram informações técnicas válidas que sustentassem a formalização de uma regra matemática. Procuraram na internet referências em relação a questão (Figura 84).

Figura 84. Registro da seleção da questão de vestibular para uso na aplicação da modelagem.

nós pesquisamos sobre o tamanho do calçado em relação ao pé com sapateiros e pessoas conhecidas que trabalham com sapatos. Não tivemos uma informação que ajudasse a gente a entender o problema, então nós pesquisamos na internet e descobrimos uma fórmula que é utilizada para calcular o número do calçado a partir do tamanho do pé.

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

Transcrição da Figura 84:

Nós pesquisamos sobre o tamanho do calçado em relação ao pé com sapateiros e pessoas conhecidas que trabalham com sapatos. Não tivemos uma informação que ajudasse a gente a entender o problema, então nós pesquisamos na internet e descobrimos uma fórmula que é utilizada para calcular o número do calçado a partir do tamanho do pé. [sic].

Procuraram na internet referências em relação a questão. Entre tantas fontes não oficiais da indústria, resolveram adotar como fonte de pesquisa o registro de uma questão constante na Universidade do Estado de Mato Grosso, Carlos Alberto Reyes Maldonado (conforme Figura 85):

Figura 85. Questão do vestibular 2023/2 da UNEMAT.

estuda.com

Questão 9518072
UNEMAT 2023/2

Matemática | Álgebra

Ao comprar um tênis, João observou que no solado do calçado haviam duas numerações de tamanho, uma para o Brasil e outra diferente para Portugal. Isso ocorre porque o Brasil adota uma fórmula de numeração de calçados diferente de Portugal. O número S de um calçado no Brasil é determinado pela fórmula $S = (5P + 28)/4$, enquanto para Portugal, o mesmo calçado é numerado usando a fórmula $S = (5P + 32)/4$, em que P , nas duas fórmulas, é o tamanho do pé em centímetros. O tênis que João comprou tem numeração 38 para o Brasil.

Assinale a alternativa correta que corresponde ao tamanho que esse mesmo tênis traz indicado para Portugal.

a) 41.

b) 40.

c) 36.

d) 37.

e) 39.

Responder

Fonte: <<https://abrir.link/RGLX8>>.

- **Levantamento dos problemas**

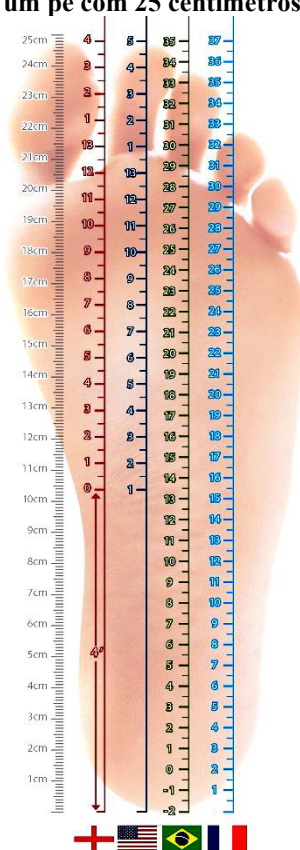
Após a pesquisa exploratória entre os profissionais da reforma de calçados, concluída com uma sondagem na internet sobre o tema, os alunos realizaram uma fala conclusiva em torno de qual problema delimitarem para exploração: *fórmulas (modelos algébricos) matemáticas propostos na internet (sites informativos, questões de vestibular, páginas de curiosidade) são exatos no resultado ao relacionar a medida do pé em relação à numeração do calçado?*

- **Resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema**

Introdução ao modelo matemático:

Os alunos não conseguiram formalizar um modelo matemático que contemplasse o problema apresentado. Durante a pesquisa, os alunos tentaram realizar uma retratação histórica da modelação do número do calçado. Descobriram uma matéria da Revista Superinteressante que destaca a primeira descrição oficial de um sistema de tamanhos para calçados foi publicada na Inglaterra em 1688 (Figura 86). No manual *The Academy of Armory and Blazon*, dessa época, Randle Holme menciona um acordo entre sapateiros para utilizar um sistema de um quarto de polegada (0,635 cm) como padrão. Para o autor, adotamos o sistema francês, aumentando um número (ou ponto) a cada 0,66 centímetro. Mas usamos uma pequena variação, por motivo de biótipo, pois os pés brasileiros são mais largos (JOKURA, 2018).

Figura 86. Numeração de um pé com 25 centímetros em alguns países.



Fonte: Jokura (2018). Ilustrativa. Fora de escala.

Experimento prático e coleta de dados:

Em sala de aula, os alunos realizaram medições entre si, coletando informações para posterior análise do desempenho do modelo pesquisado (Figura 87).

Figura 87. Medição do comprimento do pé.



Fonte: Autor (2023).

Utilizaram a regra matemática (modelo) encontrada na pesquisa para estimar o número do calçado a partir da metragem (cm) do pé:

$$S = \frac{5 \cdot N + 28}{4}$$

Onde

S = número do calçado

N = medida do comprimento do pé (cm)

Aplicação do modelo aos dados coletados:

A Figura 8 apresenta o registro do cálculo elaborado pelos alunos.

Figura 88. Deslizamento de um carro para direita.

Dados do problema	Modelo matemático
Tamanho do pé = 25 cm Numeração do calçado = 38	$S = \frac{5 \cdot (25) + 28}{4} = 38,2$
Tamanho do pé = 24 cm Numeração do calçado = 37	$S = \frac{5 \cdot (24) + 28}{4} = 37$

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Transcrição do registro da Figura 88:

$$\begin{array}{ll}
 S = 38 & S = 38 \\
 N = 25 \text{ (cm)} & N = 25 \text{ (cm)} \\
 \\
 S = \frac{5 \cdot (25) + 28}{4} = 38,2 & S = \frac{5 \cdot N + 28}{4} = 37
 \end{array}$$

- **Discussão e análise das soluções**

A atividade desenvolvida pelos alunos foi bem estruturada e permitiu que eles adquirissem conhecimentos sobre a relação entre o tamanho do pé e o número do calçado no Brasil. A escolha do tema foi pertinente, pois é um assunto que desperta a curiosidade dos alunos e que pode ser abordado de forma interdisciplinar.

A pesquisa exploratória foi bem realizada, pois os alunos buscaram informações em fontes diversas, inclusive com profissionais da área. O levantamento dos problemas foi bem conduzido, pois os alunos conseguiram identificar um problema relevante a ser explorado: a aplicabilidade de um modelo matemático para calcular o número do calçado a partir da medida do pé.

Com base nos dados coletados, os alunos perceberam que o modelo matemático apresentou um bom desempenho, pois os resultados foram próximos da numeração de costume dos alunos consultados. Foi ressaltado entre eles que o modelo matemático permitiu apenas uma estimativa, pois existem outros fatores que podem influenciar no tamanho do calçado, como o biotipo da largura do pé e o formato do modelo.

- **Avaliação da atividade:**

A avaliação foi realizada levando em consideração que os alunos foram criativos e autônomos na realização da atividade: escolha do tema baseada numa motivação própria do grupo focal. Foram capazes de aplicar o modelo matemático para estimar o número do

calçado a partir da medida do pé. Foram capazes de analisar os resultados do modelo matemático com cautela, considerando as limitações do modelo.

- **Desafios na aplicação**

Apesar da criatividade, os alunos apresentaram dificuldades para completar a atividade. Talvez por isso escolheram uma atividade mais simples e prática na execução pois a rotina da escola estava totalmente focada no “treinamento” para o SAEB usando o REVISAR GOIÁS, organizado pela secretaria da educação do Estado de Goiás. Os alunos se mostraram cansados, desmotivados diante de uma rotina focada no melhoramento do IDEB. Muitos alunos faltosos sem uma rotina fluida de sequência.

6.4.6 Atividade 6 - O rastro da velocidade: um desafio matemático

sequência didática desenvolvida

Objetivo:

- Aplicar um modelo matemático para estimar a velocidade de um veículo com rodas travadas, a partir das marcas deixadas pelos pneus.

Conteúdos envolvidos:

- Cinemática;
- Equações matemáticas.

Recursos utilizados:

- Foi utilizado para o experimento o veículo do pai de um aluno motorizado por ele motorizado por um adulto para as frenagens necessárias a coleta de dados.;
- Seleção de um trecho seguro, perto de um quebra-mola-avenida para simulação mais real possível do que acontece frequentemente na avenida;
- Instrumentos de metrificação.

Etapas da modelagem para desenvolvimento da atividade:

- **Escolha do tema:** O rastro da freada: uma questão de física.

A vila São Vicente, que fica na parte sul da cidade de Anápolis, está no perímetro da cidade de Goianápolis. É uma das saídas em direção à capital estadual Goiânia. Devido a

essas características, sua rua principal tem um grande tráfego de veículos com condutores que, por muitas vezes, não respeitam os limites de velocidade estabelecidos no código de trânsito.

Os alunos que moram na região comentaram em uma aula de física a quantidade de acidentes que há nessa rua perto dos chamados quebra-molas. Estes quase sempre não são bem sinalizados. Os carros realizam frenagens bruscas que fazem os veículos derraparem, criando possibilidades de acidentes com capotamento e atropelamentos de pedestres. Baseado na descrição desse fenômeno de trânsito muito comum em médios centros urbanos, os alunos adotaram como tema o cálculo da velocidade de um veículo em meio a uma frenagem brusca de suas rodas (Figura 89).

Figura 89. Contexto do problema proposto pelos alunos.

A Vila São Vicente (vulgo Igrejinha) em Anápolis, Goiás é uma das entradas para cidade de Goiânia e saída para Goiânia, além da BR 153. Tem um bom fluxo de veículos e quebra-molas não sinalizados corretamente, o que causa frenagens repentinas, derrapagens e riscos de acidentes na Rua Santa Maria, estrada principal.

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

Transcrição da Figura 89:

A Vila São Vicente (vulgo Igrejinha) em Anápolis, Goiás, é uma das entradas para cidade de Goiânia e saída para Goiânia, além da Br 153. Tem um bom fluxo de veículos e quebra-molas não sinalizados corretamente, o que causa frenagens repentinas, derrapagens e riscos de acidentes na Rua Santa Maria, estrada principal. [sic].

- **Pesquisa exploratória**

Os alunos aprofundaram seu entendimento sobre o tema por meio de visitas de campo à rua principal da Vila São Vicente (Figura 90). Debateram a presença de curvas na trajetória da rua que, em freadas bruscas poderiam gerar um possível capotamento.

Figura 90. Explorando o cenário da pesquisa.



Fonte: Autor (2023).

Durante essas visitas, levaram imagens de satélite (Figura 91) que apresentasse uma visão panorâmica da distribuição de quebra-molas, que identificaram como pontos críticos,

especialmente à noite, devido à insuficiente iluminação urbana, prejudicando a acuidade visual dos motoristas.

Figura 91. Vista aérea da avenida escolhida.



Fonte: Autor (2023).

Caso houvesse um acidente por excesso de velocidade ante a presença de vários quebra-molas numa avenida de baixa visibilidade, discutiram quais as casas seriam potencialmente atingidas, ou caso um pedestre estivesse em tráfego pela calçada, qual a extensão de vulnerabilidade ele teria.

- **Levantamento dos problemas**

Após a pesquisa de campo, os alunos realizaram uma discussão coletiva sobre a forma como a perícia de trânsito determina a velocidade de um carro a partir dos dados evidenciais de um acidente de trânsito, formulando com base nesse contexto o seguinte problema: *é possível estimar a velocidade de um veículo durante uma frenagem brusca por meio de um modelo matemático já validado na literatura técnica ou na literatura didática?* A partir dessa pergunta, definiram o problema em torno do objetivo apresentado na Figura 92.

Figura 92. Delimitação do problema proposto pelos alunos.

Nesse contexto, nosso objetivo é encontrar um modelo matemático que permita o cálculo estimado da velocidade de um dos veículos que em frenagem brusca, derrapou na estrada.

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

Transcrição da Figura 92:

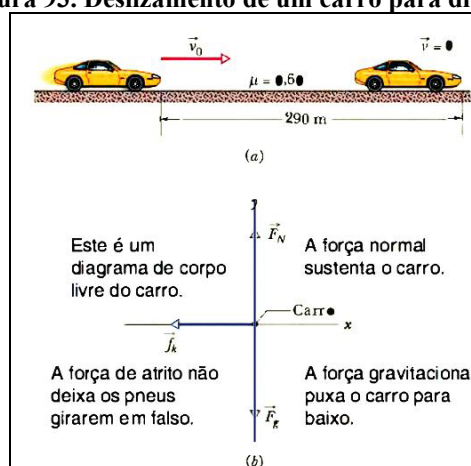
Nesse contexto, nosso objetivo é encontrar um modelo matemático que permita o cálculo estimado da velocidade de um dos veículos que em frenagem brusca, derrapou na estrada. [sic].

- **Resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema**

Introdução ao modelo matemático:

Após debates e uma pesquisa detalhada, os alunos perceberam que a natureza do problema estava ligada à dinâmica com o atrito do solo. Procuraram nos livros didáticos tradicionais do ensino médio algum modelo matemático que cobrisse a extensão do problema e a possibilidade de estima da velocidade do veículo. Foi sugerido aos alunos procurar na literatura técnica, bem como na literatura acadêmica, um possível modelo que atendesse à natureza do problema. Encontraram em Halliday *et al.* (2012) um estudo de caso que envolve um problema dessa natureza (Figura 93).

Figura 93. Deslizamento de um carro para direita.



Fonte: Halliday *et al.* (2012).

O autor propõe: se as rodas de um carro ficam "bloqueadas" (impedidas de girar) durante uma frenagem de emergência, o carro desliza na pista. Pedacos de borracha arrancados dos pneus e pequenos trechos de asfalto fundido formam as "marcas de derrapagem" que revelam a ocorrência de uma soldagem a frio (HALLIDAY *et al.*, 2012).

Experimento prático e coleta de dados:

Após o planejamento do passo a passo do experimento, os alunos direcionaram-se até o local do experimento, planejaram aonde seria realizada a frenagem brusca. Para a abordagem experimental, convidaram o pai de um dos alunos para que o experimento fosse realizado com segurança e por uma pessoa de experiência no volante. O carro desceu à rua com velocidade aproximada de 60 km por hora. Perto do local definido foi realizada uma frenagem brusca, com os pneus marcando a massa asfáltica com uma mancha visível o suficiente para medições (Figura 94).

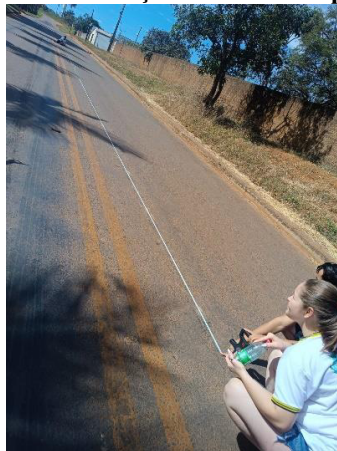
Figura 94. Deslizamento do carro sobre o solo.



Fonte: Autor (2023).

Os alunos realizaram as medições da marca da trajetória dos pneus do carro durante a frenagem (Figura 95). Após a coleta das medidas, o experimento foi realizado mais de uma vez para uma avaliação da capacidade do modelo matemático oferecido por Halliday *et al.* (2012) estimaria uma velocidade próxima a 60 km por hora.

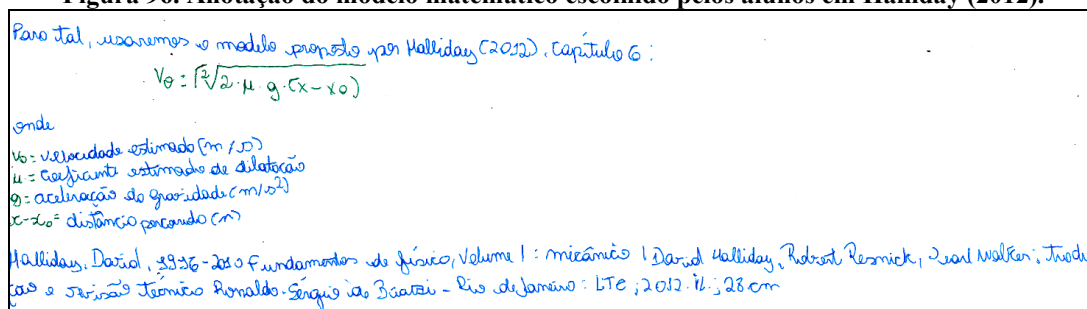
Figura 95. Medição do rastro do pneu.



Fonte: Autor (2023).

Na próxima etapa da atividade, os alunos aplicaram o modelo da velocidade proposto por Halliday (2012), conforme detalhado no Capítulo 6 (ver Figura 96).

Figura 96. Anotação do modelo matemático escolhido pelos alunos em Halliday (2012).



Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a atividade.

Transcrição da Figura 96:

Para tal, usaremos o modelo proposto por Halliday (2012), capítulo 6:

$$v_0 = \sqrt[3]{2\mu g \cdot (x - x_0)}$$

Onde

v_0 = velocidade estimada (m/s)

μ = coeficiente estimado de dilatação

g = aceleração da gravidade (m/s²)

$x - x_0$ = distância percorrida (m)

Aplicação do modelo aos dados coletados:

O processo de aplicação do modelo de Halliday (2012) envolveu a utilização dos dados coletados, seguido pelo desenvolvimento da equação e a manipulação do cálculo, conforme evidenciado na Figura 97.

Figura 97. Aplicação do modelo matemático escolhido pelos alunos em Halliday (2012).

Dados do problema	Modelo matemático
• v_0 = velocidade com os rodas travadas	$v_0 = (\sqrt[3]{2 \cdot (0,6) \cdot (9,8) \cdot 25}) \cdot 3,63$
• μ = coef. de atrito $\approx 0,6$	$v_0 = 19,14 \cdot 3,63$
• g = aceleração da gravidade = $9,8 \text{ m/s}^2$	$v_0 \approx 62,24 \text{ Km/h}$ Velocidade estimada.
• $(x - x_0)$ = distância da frenagem no solo = 25 m	
• $\text{m/s p Km/h} = 3,63$ <small>multp por</small>	

Fonte: Registro anotado pelos alunos durante a pesquisa.

• Discussão e análise das soluções

Os alunos concluíram que o modelo matemático escolhido na pesquisa teve uma correspondência positiva ante a velocidade esperada: 62,42 km/h. Naturalmente que as discussões conclusivas consideram uma margem de erro até maior, uma vez que não foi auferido de forma técnica a velocidade do carro como realmente com 60,00 km/h. Confiou-se na fala do motorista. Além disso, o experimento foi repetido outras vezes, com margem de erro para mais.

• Avaliação da atividade:

A avaliação foi realizada levando em consideração os debates realizados nas reuniões de planejamento da execução da atividade, o perfil do modelo escolhido diante do problema

definido, compreensão do modelo como uma forma de matematização do fenômeno e a precisão dos cálculos.

- **Desafios na aplicação**

Os alunos não possuem costume com atividades como essa. Apesar do envolvimento na execução, possuem um ritmo de ação bem lento, com brincadeiras e perda de foco.

6.5 Análise e discussão das atividades de modelagem matemática aplicadas

As atividades de aprendizagem aplicadas aos estudantes, fundamentadas nas etapas da Modelagem Matemática, estão alinhadas às tendências preconizadas pelas modernas Teorias da Aprendizagem. O propósito fundamental de uma aula de Matemática é promover a aprendizagem, um processo delineado pelas teorias da aprendizagem, no qual os alunos assimilam conhecimentos ou habilidades, culminando em uma modificação comportamental (DÍAZ, 2011)

Muitas práticas de ensino-aprendizagem, incluindo a aula, os artefatos de ensino (como plano de aula, conteúdos, os recursos didáticos, avaliações, metodologias), estão em constante evolução no conceito, na prática e nas expectativas de aprendizagem. Essa evolução reflete o desenvolvimento das Teorias de Aprendizagem e a busca de um ensino melhor estruturado e eficaz para atingir os padrões de conhecimento exigidos pela sociedade moderna.

As atividades de aprendizagem envolveram uma dinâmica complexa (leitura da realidade, formulação ou interpretação de um problema associado a essa realidade, atividades práticas, pesquisas e debates), foram ganhando novos contornos de acordo com o foco no aluno, seguindo na contramão do ensino tradicional, principal foco de crítica dos alunos nas respostas dadas aos questionários.

Conforme visto no capítulo 2 deste texto dissertativo, a aula expositiva é o cerne da educação tradicional. No ensino tradicional, a aprendizagem é mecânica, por repetição, hábito, centrada na autoridade intelectual do professor como fonte de conhecimento, sua orientação diretiva para os encaminhamentos didáticos, seus comandos para o cumprimento de cada etapa nas atividades em sala.

Quando houve uma revisão e crítica da pedagogia tradicional, influenciada por diversos autores, sejam escolanovistas como John Dewey), cognitivistas como Jean Piaget (1896-1980) e David Ausubel (1918-2008) e humanistas como Carl Rogers (1902-1987) e

George Kelly (1905-1967), o modelo de atividades de aprendizagem sofreu influências que visaram a superação da instrução catedrática, para assumir no aluno, um protagonismo incontestado.

Brasil (1997) prevê que o aluno participe de uma atividade escolar que “(...) implica alguma ousadia: diante do problema proposto, o estudante deve elaborar hipóteses e experimentá-las. Os estudantes demonstraram essa ousadia ao definir estratégias organizadas para explorar os problemas levantados em busca de soluções à luz da Matemática. Fatores e processos afetivos, motivacionais e relacionais tornam-se importantes”.

Engeström (2016), ao dividir o conceito de atividade na Teoria da Atividade (mental) de Vygotsky, assume que toda atividade tem como base a atividade humana, que deve preservar sua essência, complexidade, caráter dinâmico e transformacional.

Para Salomon (1997), a cognição não está apenas dentro do indivíduo. Situa-se além dele, na interação que constitui com outros participantes e com os artefatos mediadores de uma atividade. A cognição implica realização que emerge da ação do indivíduo, que articula intenções, recursos materiais e humanos disponibilizados pelo ambiente e seus próprios talentos em utilizá-los (MOREIRA *et al.*, 2011).

Nesse sentido, Sauaia (2003) propõe um modelo de aula que transforme uma abordagem expositiva experimental, na abordagem vivencial permeada de uma “articulação de intenções”: fazer e observar para compreender. A vivência do aluno durante a atividade, com a “mão na massa”, a partir da adoção de pequenos grupos de trabalho em lugar de atividades individuais, que examinam o problema em busca de uma primeira solução apoiada em conhecimentos anteriores.

As atividades são detalhadas no Quadro 7:

Quadro 7. Sequência de atividades no método expositivo no método vivencial

MÉTODO EXPOSITIVO	MÉTODO VIVENCIAL
(atividade centrada no professor)	(atividade centrada no participante)
<ul style="list-style-type: none"> • Exposição da teoria pelo professor; 	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação do problema pelo professor; • Cada grupo de alunos auto-organizados estuda e propõe solução inicial para o problema (solução 1);
<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação do problema pelo professor; • Alunos individualmente estudam o problema e propõem uma solução; 	<ul style="list-style-type: none"> • Exposição da teoria pelo professor;
<ul style="list-style-type: none"> • Professor apresenta a resolução completa do problema e relaciona com a teoria; 	<ul style="list-style-type: none"> • Cada grupo revisa a solução 1 e propõe a solução 2; • Professor apresenta a resolução completa do problema e relaciona com a teoria.

Fonte: Sauaia (2003).

Sauaia (2003) destaca o papel do encadeamento das atividades nos dez tempos de 10 minutos. Para ele, no procedimento expositivo 50% do tempo é centrado no professor e 50% do tempo é centrado nas atividades individuais do aluno. Já no novo procedimento, 80% do tempo orienta-se aos participantes (professor e grupos de alunos), restando apenas 20% do tempo centrado nas atividades individuais.

Além disso, “o sentido que o indivíduo atribui às ações está relacionado ao motivo que o leva a participar de uma atividade. A importância do sentido pessoal atribuído a um significado, ou de forma mais ampla a uma atividade, está na relação desse sentido pessoal com o motivo da atividade. No caso das atividades em Modelagem Matemática aplicadas, esse aspecto ganhou amplo relevo: o contexto do problema e o desenho do problema de pesquisa partiu dos próprios estudantes, criando um motivo único de envolvimento dos alunos ao processo de modelação e resolução de problemas.

Os sujeitos individuais podem participar de uma atividade e atribuir-lhes sentidos bastante distintos” (MOREIRA *et al.*, 2011). Dependendo do encaminhamento que o professor dá a cada atividade, o sentido que o aluno atribui ao conjunto das ações realizadas é o de pontuar na disciplina, ou seja, uma participação estudantil com uma postura tipicamente instrumental.

A atividade é sempre suscitada por uma necessidade. (...) a escola tradicional se mata por obter de seus infelizes alunos: fazer coisas que, para eles não correspondem a nenhuma necessidade. [...] Um ato normal deve ser sempre funcional, isto é, deve ter sempre como caráter realizar os fins capazes de satisfazer a necessidade que o fez nascer. A escola tradicional reclama esta monstruosidade psicológica: atos que não correspondem a nenhuma necessidade: logo, atos sem causa. A escola ativa, ao contrário, é baseada no princípio da necessidade. Para fazer que vosso aluno aja, colocai-o em circunstâncias tais que sintam a necessidade de executar a ação que dele esperai. É a necessidade que mobiliza os indivíduos, os animais, os homens; é ela a mola da atividade. É o que se verifica sempre e por toda parte – salvo nas escolas, é verdade, porque as escolas estão à margem da vida (CLAPARÈDE, 1958, p.145-6).

Nas atividades de aprendizagem em Modelagem Matemática as etapas inseriram os estudantes além de uma prática abertamente instrumental. As necessidades envolvidas no objetivo de cada uma das atividades mobilizam o aluno a exercitar o método com o “significado do que faz”, “para que faz” e “onde pretende chegar com o que faz”, pois há um menor tempo debruçado na exposição professoral, e maior tempo em que o aluno “põe a mão na Massa”, por meio da vivência de uma atividade ativa que exija de suas capacidades cognitivas.

O contexto da Modelagem Matemática, conforme destacado por Bassanezi (2002; 2021), coloca os estudantes em uma posição ativa, atribuindo-lhes um papel essencial na

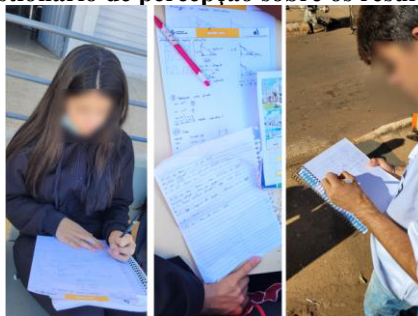
definição do problema de pesquisa e na busca por soluções. A ideia de que as atividades devem ser funcionalmente relacionadas a necessidades reais, conforme ressaltado por Blum *et. al.* (2007), encontra respaldo nessa abordagem, incentivando a participação dos alunos de forma motivada e engajada.

Dessa forma, a Modelagem Matemática não apenas proporciona um ambiente mais dinâmico de aprendizagem, mas também direciona os esforços dos alunos para a compreensão do significado das ações empreendidas, promovendo uma abordagem mais ativa e contextualizada no processo educativo conforme sustenta (BRASIL, 1997).

6.6 Questionário de percepção e participação dos alunos nas atividades em Modelagem Matemática

O **Questionário 4**, abordou diversos aspectos relacionados à experiência dos alunos com a modelagem matemática. Os participantes compartilharam seus conhecimentos prévios sobre o tema, expressaram suas percepções após a participação no projeto e discutiram como a Modelagem Matemática influenciou sua visão da disciplina (Figura 98). Eles também refletiram sobre como as atividades de modelagem impactaram seu aprendizado dos conceitos matemáticos, destacando se contribuíram para uma compreensão mais aprofundada.

Figura 98 – Aplicação do questionário de percepção sobre os resultados das atividades aplicadas.



Fonte: Autor (2023).

Além disso, o questionário investigou como os alunos perceberam a aplicação dos conhecimentos adquiridos em situações do mundo real. A motivação dos alunos para estudar matemática foi avaliada, considerando se houve um aumento após a participação nas atividades de modelagem, e se expressaram o desejo de incorporar mais dessas atividades ao currículo escolar.

Por fim, a participação dos alunos em aulas tradicionais e nas atividades de Modelagem Matemática foi comparada, explorando o nível de envolvimento e participação ativa em ambas as abordagens.

6.6.1 Análise e identificação de padrão e tendências

Ao analisar as respostas dos alunos ao questionário sobre a pesquisa de Modelagem Matemática que participaram, torna-se evidente o impacto significativo dessa abordagem inovadora no ensino da disciplina. Inicialmente, observou-se que a maioria dos alunos não possuía conhecimento prévio sobre modelagem matemática, ressaltando a importância de uma introdução eficaz desse conceito, como foi efetuado na Fase 1 da pesquisa.

A compreensão dos estudantes sobre Modelagem Matemática evoluiu consideravelmente ao longo do projeto. Eles passaram a associar essa prática à resolução de problemas do mundo real, à criação de modelos e à aplicação prática da matemática. Tal transformação na percepção dos alunos representa um indicador positivo do êxito da pesquisa em atingir seu objetivo primordial.

Outro ponto notável foi a influência positiva da Modelagem Matemática na percepção geral dos alunos sobre a matemática como disciplina. Gasparin (2001, p. 8) nos lembra que: “são jovens que vivenciam a paixão, o sentimento, a emoção, o entusiasmo, o movimento. Anseiam por liberdade para imaginar, conhecer, tudo ver, experimentar, sentir. O pensar e o fazer, o emocional e o intelectual, estão entrelaçados, de maneira que estão inteiros em cada coisa que fazem”.

Nesse sentido, ao reconhecerem a matemática como uma ferramenta valiosa para solucionar problemas cotidianos, os estudantes passaram a enxergar sua aplicabilidade em diversas áreas. Essa mudança de perspectiva sugere que a pesquisa foi bem-sucedida em tornar a matemática mais relevante e atrativa para os alunos, como uma prática de experimentação, criatividade e pesquisa e racionalidade sobre o mundo que o cerca.

Além disso, as atividades de Modelagem Matemática não apenas introduziram novos conceitos, mas também fortaleceram a compreensão de temas previamente abordados na escola, como trigonometria, teorema de Pitágoras e cinemática física. Isso indica não apenas uma ampliação do conhecimento, mas também a consolidação de conceitos previamente ensinados.

A escola existe, pois, para propiciar a aquisição dos instrumentos que possibilitam o acesso ao saber elaborado (ciência), bem como o próprio acesso aos rudimentos desse saber. As atividades da escola básica devem se organizar a partir dessa questão. Se chamarmos isso de currículo, poderemos então afirmar que é a partir do saber sistematizado que se estrutura o currículo da escola elementar. Ora, o saber sistematizado, a cultura erudita, é uma cultura letrada (SAVIANI, 2011, p. 14).

A pesquisa também demonstrou ter contribuído para o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas dos alunos. Os alunos destacaram no questionário a consideração de diferentes estratégias, o trabalho em equipe e a abordagem mais criativa para enfrentar desafios. Essa abordagem ativa parece ter estimulado uma participação mais engajada e colaborativa dos estudantes, superando a tradicional passividade observada em aulas convencionais. Para Brasil (1997):

Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido (BRASIL, 1997, p. 45).

Os aspectos positivos das atividades de modelagem foram ressaltados pelos alunos no questionário de opinião, destacando o trabalho em equipe, o processo organizado e o uso de tecnologia, como o laser para medições. Esses elementos proporcionaram uma experiência mais envolvente e prática em comparação com as aulas tradicionais, evidenciando a eficácia da abordagem.

Os resultados da pesquisa indicaram que os conhecimentos adquiridos nas atividades de Modelagem Matemática podem ser aplicados em situações do mundo real. Os alunos reconheceram a utilidade prática da matemática fora do contexto escolar, fortalecendo ainda mais sua percepção positiva em relação à disciplina.

A Matemática não é um esporte para espectadores; não se pode desfrutar dela nem aprendê-la sem a participação ativa; por isso o princípio da aprendizagem ativa é particularmente importante para nós, professores de matemática, especialmente se considerarmos como nosso principal objetivo, o primeiro de nossos objetivos, o de ensinar o estudante a pensar (PÓLYA, 1995, p. 10.)

Um dos aspectos mais notáveis foi o aumento da motivação dos alunos para estudar matemática. A abordagem mais envolvente, prática e interativa das atividades de modelagem despertou um interesse renovado na disciplina. Os alunos associaram essa motivação ao caráter mais atrativo das atividades, superando as limitações das aulas tradicionais.

A pesquisa revelou que a maioria dos alunos expressou o desejo de ver mais atividades de Modelagem Matemática no currículo escolar. Essa demanda indica que os estudantes valorizam a abordagem e desejam mais oportunidades para participar de atividades práticas, reforçando a importância da continuidade desse tipo de metodologia.

Finalmente, o compartilhamento do aprendizado pelos alunos com amigos e familiares resultou em reações positivas. Isso evidencia que os benefícios da pesquisa não se limitaram à

sala de aula, mas se estenderam para além do ambiente escolar. Em resumo, a pesquisa de Modelagem Matemática não apenas introduziu uma abordagem inovadora no ensino da matemática, mas também promoveu uma transformação significativa na percepção, motivação e compreensão dos alunos. Esses resultados reforçam a relevância e eficácia dessa metodologia, destacando seu potencial para aprimorar a experiência de aprendizado em matemática.

6.6.2 Discussão e implicações

A Modelagem Matemática mostrou-se eficaz em transformar a percepção dos alunos em relação à matemática, tornando-a mais relevante e aplicável a situações do mundo real. Essa mudança na visão contribui para um interesse renovado na disciplina. Para Libâneo (2017), é nesse “(...) processo de percepção, compreensão, reflexão e aplicação que se desenvolve com meios intelectuais, motivacionais e atitudinais do próprio aluno, sob a direção e orientação do professor” (LIBÂNEO, 2017, p. 68).

Os resultados indicam que os conhecimentos adquiridos por meio da Modelagem Matemática podem ser aplicados em situações do dia a dia. Essa aplicabilidade prática fortalece a compreensão dos alunos sobre a utilidade da Matemática fora do ambiente escolar.

Cabe aos professores investir no aperfeiçoamento gradual da Modelagem no roteiro escolar como forma de reaproximar os alunos de um vínculo emocional saudável e estimulante com a Matemática. As atividades despertaram uma maior motivação nos alunos para estudar matemática. A abordagem mais envolvente e prática das atividades de modelagem foi identificada como um fator-chave para esse aumento de interesse.

A abordagem de Modelagem implicou em contribuições efetivas para o desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas, pensamento crítico, trabalho em equipe e criatividade. Essas competências são fundamentais não apenas na matemática, mas também na preparação dos alunos para desafios da vida real (OECD, 2018).

Além disso, compartilhamento do aprendizado pelos alunos com amigos e familiares resultou em reações positivas, indicando que os benefícios da Modelagem Matemática extrapolaram os limites da sala de aula, alcançando um impacto mais amplo na comunidade. De acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 266), é imperativo orientar os alunos no processo de exploração de suas próprias comunidades, envolvendo-os em projetos que os conduzam à coleta de descrições e relatos orais das experiências cotidianas das pessoas.

6.7 Conclusão

Os resultados do questionário indicaram que a pesquisa de intervenção por meio da aplicação de atividades em Modelagem Matemática teve um impacto positivo na percepção dos alunos sobre a matemática, em seu entendimento dos conceitos matemáticos e no desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas.

Os resultados da pesquisa de intervenção sugerem que os alunos demonstraram sucesso ao participar das etapas de modelagem, refletindo um esforço notável nos resultados das modelações em cada atividade. Além disso, a receptividade positiva dos alunos em relação à dinâmica das atividades, conforme evidenciada no questionário de opinião, indica que a incorporação regular de tais atividades no currículo é recomendável. Essa prática pode ser realizada em paralelo ao conteúdo tradicional, proporcionando uma abordagem mais diversificada e prática para o ensino.

Além disso, sinalizam a oportunidade de explorar mais e melhor a integração da Modelagem Matemática com outras disciplinas, proporcionando uma experiência multidisciplinar. Isso não apenas enriquecerá a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também destacará a interconexão entre diferentes áreas do conhecimento.

Encorajar os alunos a explorar temas de relevância local ou situações do cotidiano em suas atividades de modelagem. Isso pode aumentar ainda mais a aplicabilidade prática e o envolvimento dos alunos. Promover um ambiente que estimule a criatividade e a inovação durante as atividades de modelagem. Isso pode incluir o uso de tecnologias, experimentações práticas e abordagens não convencionais para resolver problemas.

Implementar estratégias de avaliação formativa que valorizem não apenas os resultados finais, mas também o processo de modelagem. Isso permite que os alunos aprendam com suas experiências, erros e acertos ao longo do desenvolvimento dos projetos.

Em resumo, a Modelagem Matemática apresenta-se como uma abordagem valiosa para o ensino, proporcionando não apenas compreensão conceitual, mas também desenvolvimento de habilidades essenciais para o sucesso acadêmico e profissional dos alunos. A sua continuidade e expansão podem ser estratégias promissoras para enriquecer a experiência de aprendizado na disciplina de matemática.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após uma jornada de dois anos dedicados à pesquisa dos desafios de aprendizagem dos alunos de uma Escola Estadual em Anápolis, Goiás, ficou evidente a complexidade enfrentada por essa comunidade, marcada por notáveis contrastes sociais e obstáculos relacionados ao acesso à cultura elaborada. Nesse contexto, a escola se destaca como um dos raros locais na região que oferece aos jovens a oportunidade de entrar em contato com conhecimento sistematizado.

A pesquisa de intervenção sobre a abordagem da Modelagem Matemática no ensino de Matemática evidenciou que essa metodologia é uma estratégia eficaz para melhorar a compreensão conceitual dos estudantes, desenvolver habilidades de resolução de problemas e promover a integração com outras disciplinas.

A pesquisa também identificou algumas recomendações práticas para a implementação da Modelagem Matemática no ensino de Matemática. Revelou um envolvimento dinâmico dos alunos, um senso de organização e planejamento na resolução de problemas, além de uma melhor compreensão do contexto em que estão inseridos e dos problemas que podem ser abordados e resolvidos através da Matemática. Os alunos demonstraram um amadurecimento na manipulação do cálculo e na interpretação de variáveis em diversos contextos, incluindo a trigonometria, geometria analítica e dinâmica.

Durante a pesquisa, muitos alunos expressaram insatisfação com a dinâmica das aulas de Matemática, uma rotina que acompanham desde tenra idade. Enfatizaram a urgência de professores explorarem abordagens diferenciadas de ensino-aprendizagem. Destacaram a necessidade de aulas mais personalizadas, que permitam ao aluno uma compreensão individualizada, ou seja, que promovam um aprendizado no seu próprio ritmo. Além disso, auxiliem entender o propósito dos conhecimentos estudados e como aplicá-los de maneira prática em suas vidas.

Originalmente, a Matemática era vista pela maioria dos alunos como uma disciplina abstrata e desassociada de suas realidades individuais. No entanto, a participação em atividades de Modelagem Matemática, direcionadas à resolução de problemas concretos, proporcionou aos alunos uma nova perspectiva. Através da aplicação prática da matemática, eles puderam reconhecer sua presença e relevância em diversas áreas, como as ciências, as profissões, a cultura, as finanças, o cotidiano no supermercado e outras esferas que compõem o contexto de cada indivíduo.

As experiências vivenciadas nas atividades de Modelagem Matemática proporcionaram aos alunos uma maior confiança na aprendizagem da disciplina. Essa mudança de percepção se deveu à compreensão de que, apesar de ser técnica e exigir cognição sofisticada, a Matemática possui aplicações impactantes no mundo do trabalho, da ciência e da cultura.

Em cada fase da pesquisa na unidade escolar, oportunizou-se um debate aberto entre os profissionais do ensino de Matemática e os alunos, com intento de discutir o valor científico da Matemática como um bem cultural essencial para a leitura e interpretação da realidade. Além disso, a pedagogia da Modelagem Matemática foi integrada à cultura escolar, explorando sua dinâmica reflexiva sobre o mundo ao redor dos alunos.

Conforme delineado por D'Ambrósio (1986), essa abordagem resulta em ações planejadas e conscientes, manifestadas pela construção de modelos nos quais os alunos operam, aplicando toda a sua experiência, conhecimento acumulado e recursos da natureza.

Foram desenvolvidas estratégias e abordagens práticas que viabilizaram a criação de um ambiente de aprendizagem capaz de estimular a cognição dos estudantes na construção do conhecimento matemático. Diferentemente da mera memorização de padrões e funções prontas, desprovida de pesquisa dedutiva e diálogo, reconhecemos que a Matemática é mais bem absorvida por meio da ação, com a construção ativa de modelos matemáticos. Essa abordagem, conforme destacado por Burak (1987), requer esforços dedicados para aperfeiçoar esses modelos, promovendo uma compreensão matemática mais profunda e alinhada à realidade.

Na escola, enfrentamos consideráveis obstáculos ao longo dessa jornada, especialmente por 2023 ser um ano de participação da escola no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). As resistências se manifestaram principalmente devido a uma carga horária intensa ao longo da semana, ministrando aulas em três escolas com sete disciplinas distintas durante o programa. Esse cenário demandou um esforço intelectual significativo e um desgaste físico considerável, requerendo um sacrifício e uma forte crença de que o programa poderia lançar luz sobre minha prática pedagógica.

A pesquisa reforçou minha convicção de que a Modelagem Matemática é uma ferramenta poderosa para a educação do século 21. Ela oferece um caminho plausível, moderno, dinâmico e interconectado com o mundo diversificado em que os alunos estão imersos. Além de ser teoricamente consistente, a Modelagem Matemática oferece uma gama de técnicas e práticas extremamente relevantes para preparar os alunos para os desafios do mundo atual.

Estou convencido de que a Modelagem tem o potencial de se tornar uma prática mais comum no ambiente educacional diário das escolas. Projetos como este podem e devem ser construídos de forma colaborativa, contando com a participação ativa dos alunos. Através dessa colaboração, é possível fomentar a compreensão de que a Matemática é uma ferramenta extraordinária, uma cultura humana legada desde a antiguidade que possibilitou o desenvolvimento de grande parte do conhecimento que hoje desfrutamos.

Por meio da investigação e de uma abertura à pesquisa a novos métodos de ensino, percebi que é possível realizar intervenções consistentes que apontam tendências para um ensino-aprendizagem mais qualificado, performado de resultados favoráveis ao programa escolar estabelecido.

A partir do desejo inicial de explorar abordagens inovadoras para um ensino-aprendizagem mais centrado em práticas ativas, surgiu a ideia de incorporar o programa de mestrado da Universidade Estadual de Goiás como uma referência para aproximar as turmas de uma perspectiva renovada em relação à matemática.

A participação no programa de mestrado da Universidade Estadual de Goiás teve um impacto profundo em minha prática profissional e nas relações que estabeleci. Essa experiência moldou minha visão estratégica sobre a educação, evidenciando como é possível desenvolver novas abordagens para aproximar os jovens do conhecimento científico sistematizado.

Motivado pelo desejo inicial de explorar métodos inovadores para um ensino-aprendizagem mais centrado em práticas ativas, a ideia de incorporar o programa de mestrado como referência surgiu como uma oportunidade de proporcionar aos alunos uma perspectiva renovada em relação à matemática. Acredito que essa iniciativa contribuirá para a formação de cidadãos críticos e atuantes na sociedade.

A experiência nas aulas com os professores do programa de mestrado me proporcionou uma abertura mental a novas ideias, conceitos e perspectivas. Desenvolvi uma visão mais conectada com o pensamento de autores que, ao longo de décadas, têm desbravado novos campos para a modernização do ensino da Matemática no Brasil e no mundo.

Como colega de profissão e amante da educação, registro minha profunda admiração pelo trabalho desenvolvido e pela abordagem pedagógica utilizada pelos professores do Programa de Mestrado profissional no ensino de Ciências da UEG.

Minhas palavras de gratidão ao professor Roberto, com zelo e dedicação, acreditaram no projeto que desenvolvemos e nos acompanhou nessa jornada repleta de desafios. Minha gratidão ao querido amigo Claudio Stacheira, doutor em Desenvolvimento, Sociedade e

Cooperação Internacional pela Universidade de Brasília – UnB, à família, à direção da escola que abrigou a proposta, aos colegas de trabalho que me apoiaram na rotina da pesquisa e à minha mãe que me estimulou à dedicar meu melhor nessa empresa tão valorosa que foi a pesquisa.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACEBO-GUTIÉRREZ, C. J.; RODRÍGUEZ-GALLEGOS, R. **Diseño y validación de rúbrica para la evaluación de modelación Matemática en alumnos de secundaria.** Revista Científica, [S. l.], v. 40, n. 1, p. 13–29, 2021. DOI: 10.14483/23448350.16068. Disponível em: <<https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/16068>>. Acesso em: 7 agosto de 2022.

ALMEIDA, L. M. W. **Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise.** Zetetiké, Campinas, v. 18, número temático, 2010.

ALMEIDA, Lourdes & DA SILVA, Karina. (2015). **The Meaning of the Problem in a Mathematical Modelling Activity.** In: Stillman, G., Blum, W., Salett Biembengut, M. (eds) Mathematical Modelling in Education Research and Practice. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Springer, Cham. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8_3>. Acesso em janeiro de 2022.

ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith; GEWANDSZNAJDER, Fernando. **O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa.** 2 ed. São Paulo: Pioneira/ Thomson, 2004.

ANASTASIOU, L. G. C.; ALVES, L. P. (Org.). **Processos de ensinagem na universidade: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula.** 5. ed. Joinville, SC: UNIVILLE, 2005.

APIANUS, Petrus, (1532). **Quadrans Apiani astronomicus et iam recens inventus et nunc primum editus.** Real Instituto y Observatorio de la Armada (San Fernando) — Signatura: 02688 – 2.

ARAGÃO, M. F. A.; BARBOSA, J. L. C. **A história da modelagem Matemática: Uma perspectiva de didática no Ensino Básico.** Paraíba: Editora Realize, IX Encontro Paraibano de Educação Matemática, 2016.

ARAÚJO, J. L. **Pesquisas sobre Modelagem em eventos científicos recentes de educação matemática no Brasil.** In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2009, Taguatinga – DF. Anais... Taguatinga: UCB, 2009. p. 1-14.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 9050: Acessibilidade a edificações, mobiliário, espaços e equipamentos urbanos.** 2004. Rio de Janeiro, 2004.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional.** Rio de Janeiro: Editora Interamericana 2ª edição. 1980. 623 p.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimento: Uma Perspectiva Cognitiva.** 1. ed. Lisboa: Paralelo, 2000.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. (2001). **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico.** In: 24ª RA da ANPED, Anais... Caxambu.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo Lisboa.** Edições 70, 1977.

BARTOLI, C. **Gentil'huomo, et accademico Fiorentino, Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le province, le prospettive, & tutte le altre cose terrene, che possono occorrere agli homini, Secondo le vere regole d'Euclide, & de gli altri piu lodati scrittori.** Venetia: Francesco Franceschi Sanese, 1564.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática.** 3.ed. Campinas: Contexto, 2002.

_____. **Ensino-aprendizagem com modelagem Matemática: uma nova estratégia.** 4. ed., 2ª reimpressão. - São Paulo: Contexto, 2021.

BERTI, N. M.; ROSSO, A. J.; BURAK, D. **Compreensão do erro em Matemática e significado a ele atribuído pelos alunos da 5º série.** Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, v. 89, p. 553-575, 2008.

BELTRÃO, Kaizô Iwakami; MANDARINO, M. C. F. M. **Evidências do ENADE – mudanças no perfil do matemático graduado. Ensaio: aval. pol. públ. Educ.,** Rio de Janeiro, v.22, n. 84, p. 733-754, 2014. Disponível em:< <https://bit.ly/3rnfhMe>>. Acesso em novembro de 2020.

BIEMBENGUT, M. S. (1990). **Modelagem matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus.** Dissertação de Mestrado. Rio Claro, Unesp.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem & implicações no ensino e na aprendizagem de matemática.** 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino.** 4ª ed. São Paulo. 2005.

BIEMBENGUT, M. S. **30 anos de Modelagem Matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais.** Tutuandria, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BLOMHØJ, M. **Different perspectives on mathematical modelling in educational research – categorizing the TSG21 papers.** In: International Congresso Mathematical Education, 11th, 2008, Monterrey, México. Proceedings... Monterrey, México: Topic Study Group n. 21, 2009, p. 1-18.

BLUM, W. ICMI Study 14: **Applications and modelling in mathematics education – Discussion document**. Educational Studies in Mathematics 51, 149–171 (2002). Disponível em: <<https://doi.org/10.1023/A:1022435827400>>. Acesso em agosto de 2022.

BLUM, W., & LEIB, D. (2007). **How do students and teachers deal with modelling problems?** In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering & economics* (pp. 222–231). London: Horwood. Disponível em: <<https://vdoc.pub/documents/mathematical-modelling-education-engineering-and-economics-ictma-12-4i450g5ur1u0>>. Acesso em agosto de 2022.

BLUM, W., GALBRAITH, P. L., HENN, H.-W., & NISS, M. (Eds.) (2007). **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer, New York 2007.

BORBA, M; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 9-21.

BOCHNER, SALOMON. **Role of Mathematics in the Rise of Science**. Princeton University Press, 1966. *JSTOR*, <http://www.jstor.org/stable/j.ctt7ztnfp>.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BORROMEO, R. (2013). **Mathematical Modelling in European Education**. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, 4, 18-24.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do ensino fundamental)**. v. 3. Brasília: MEC, 1997.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília MEC/SEF. 1997. 142 p.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília MEC/SEF. 1998. 142 p.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2000.

_____. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2006.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Presskit SAEB 2017**. Brasília, DF: INEP/MEC. 2018. Disponível em: <https://download.inep.gov.br/educacao_basica/portal_ideb/press-kit/2017/press-kit_ideb2017.pdf>. Acesso em dezembro de 2020.

_____. **Relatório SAEB (ANEB e ANRESC) 2005-2015: panorama da década.** – Brasília : Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2018b. 154 p. : il. ISBN 978-85-7863-059-1.

_____. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Brasília: MEC. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf>. Acesso em agosto de 2022.

_____. **Relatório Brasil no Pisa 2018 – Versão Preliminar.** Brasília, DF: INEP/MEC/DAEB. 2019. Disponível em: <<https://bit.ly/3oGG9p4>>. Acesso em dezembro de 2020.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em leitura, Matemática e ciências no Brasil.** Dezembro de 2019b. Disponível em: <11nq.com/P1VCS>. Acesso em janeiro de 2021.

_____. **Relatório SAEB [recurso eletrônico].** – Brasília : Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2019c.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Pisa 2021 terá foco em Matemática.** Fevereiro de 2020. Disponível em: <<https://bit.ly/3cxJVP5>>. Acesso em dezembro de 2020.

_____. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa)** – janeiro de 2021. Disponível em: <<https://bit.ly/3tGIqEa>>. Acesso em janeiro de 2021.

BRANDT, C. F. **Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática.** In: BRANDT, C. F., BURAK, D., and KLÜBER, T. E., orgs. *Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações* [online]. 2nd ed. rev. and enl. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, pp. 17-40.

BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**/orgs. por Celia Finck Brandt; Dionísio Burak e Tiago Emanuel Klüber. 2 ed. rev. ampl. Ponta Grossa, Editora UEPG, 2016. 226 p.

BÜHLER Juliane; IGNÁCIO Patrícia. **Políticas públicas educacionais implicadas no bom desempenho em ciências no PISA: um estudo comparativo entre Singapura, Finlândia e BRASIL.** Olhar de professor, Ponta Grossa, v. 23, p. 1-18, e-2020.15593.209209229632.0720, 2020. Disponível em <<http://www.uepg.br/olhardeprofessor>>.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática na 5ª série.** Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho –UNESP, 1987.

BURAK, D. (2004). **A modelagem matemática e a sala de aula.** In: I ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – I EPMEM. Anais ... Londrina.

BURAK, Dionisio; ARAGÃO, R. M. R. **A modelagem Matemática e relações com a aprendizagem significativa**. Dionisio Burak, Rosália Maria Ribeiro de Aragão. - 1.ed. - Curitiba, PR: CRV, 2012. 129 p.

CALDEIRA, A. D. (2005). **A modelagem matemática e suas relações com o currículo**. In: IV CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – CNMEM. Anais... Feira de Santana: UEFS – 1CD-ROM.

CAMARGO, Fausto. DAROS, Thuinie. **A sala de aula inovadora: estratégias pedagógicas para fomentar o aprendizado ativo** –. Porto Alegre: Penso, 2018.

CAMPOS, Ana Maria Antunes de. **Ansiedade matemática: Fatores cognitivos e afetivos**. Rev. psicopedag. [online]. 2022, vol.39, n.119, pp. 217-228. ISSN 0103-8486.

CARNEIRO, L. N. S. (2018). **Aprendizagem da Matemática: Dificuldades para aprender conteúdos matemáticos por estudantes do Ensino Médio**. Universidade Federal do Pará, Campus Universitário de Castanhal, Faculdade de Matemática. Castanhal/PA, maio de 2018.

CHENG, Ang Keng. **Mathematical Modelling for Teachers: Resources, Pedagogy and Practice**. First published 2019, by Routledge 2 Park Square, Milton Park, Abingdon, Oxon OX14 4RN. Disponível em: <11nq.com/KAAD0>. Acesso em: 10 de Set. 2022.

CLAPARÈDE, E. **A educação funcional**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1958.

COLLARES, Darli. **Epistemologia genética e pesquisa docente: estudo das ações no contexto escolar**. Lisboa: Instituto Piaget, 2003.

COPEL - Companhia Paranaense de Energia. **Manual de iluminação pública**. Curitiba, 1998.

CRESWELL, John W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa: escolhendo entre cinco abordagens**. Tradução: Sandra Mallmann da Rosa; revisão técnica: Dirceu da Silva. – 3. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: Penso, 2014.

D' AMBRÓSIO, U. **Porque se ensina Matemática?** Texto de curso a distância, promovido pela SBEM. Disponível em: <11nq.com/BbqiS>. Acesso em: 01 de Set. 2022.

_____. **Matemática e desenvolvimento**. In: **Da realidade a ação: reflexões sobre educação e Matemática**. 1 ed. São Paulo: Summus, 1986. P. 13-25.

_____. **Da realidade à ação: reflexões sobre a educação e Matemática**. São Paulo: Summus, 1986. 115 p.

_____. **Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação (e) Matemática**. 2 ed. São Paulo, Summus Editorial, 1988.

_____. (1992). **The cultural dynamics of the encounter of two worlds after 1492 as seen in the development of scientific thought**. Impact of Science on Society, No. 167, 42(3), 205–214.

_____. **Educação matemática: uma visão do estado da arte.** Proposições. V.4, n. 1, 1993.

_____. **Educação Matemática: da teoria à prática.** Campinas: Papirus, 1996.

_____. **História da Matemática e Educação.** In: Cadernos CEDES 40. História e Educação Matemática. 1. ed. São Paulo: Papirus, 1996.

_____. **A Matemática como prioridade numa sociedade moderna.** Dialogia, São Paulo, v. 4, p. 31-44, 2005.

_____. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade.** Belo Horizonte : Autêntica, 2005.

_____. Prefácio. In: BORBA, M; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 9-21.

_____. **O Programa Etnomatemática: uma síntese.** Acta Scientiae, v. 10, n. 1, 7-16, 2008.

_____. (2009) **Mathematical modelling: Cognitive, pedagogical, historical and political dimensions.** Journal of Mathematical Modelling, 1(1), 89–98. Disponível em: <<https://bu.furb.br/ojs/index.php/modelling/article/view/1624/1080>>. Acesso em: 01 de Set. 2022.

_____. **Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades.** XII Encontro Nacional de Educação Matemática – SBEM. São Paulo. 2016. Disponível em:<<https://bit.ly/2NePNBW>>. Acesso em novembro de 2020.

DEBUS M, NOVELLI P. **Manual para excelencia en la investigación mediante grupos focales.** Communication for child survival: Healthcom; 1997.

DECROLY, O. **La fonction de globalisation et l'enseignement.** M. Lamertin, Bruxelles, 1929, 59p. In: DECROLY, O. Le programme d'une école dans la vie. Collection Pédagogues du Monde Entier. Paris: Éditions Fabert, 2009.

DENZIN, N.K. & LINCOLN, Y.S. (2006). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens.** Porto Alegre: Artmed.

DEVINE, A. (2017). **Cognitive and emotional mathematics learning problems in primary and secondary school students** [Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy, University of Cambridge].

DÍAZ, Félix. **O processo de aprendizagem e seus transtornos.** Salvador: EDUFBA, 2011. 396 p. il.

ENGESTRÔM, Yrja, **Aprendizagem Expansiva.** Campinas (SP): Pontes Editores. 2016, 370p.

ESPINOSA, A. J. (2013). **Didáctica de la matemática, educación matemática e investigación.** Ciências em Foco, 4(1), 1-15.

EVES, Howard. **Introdução à história da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. - Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

FARRINGTON, B. **A Ciência Grega**. São Paulo: Ibrasa - Instituição Brasileira de Difusão Cultural S.A, 1961.

FERREIRA, Denise Helena Lombardo. **O tratamento de questões ambientais através da modelagem matemática: um trabalho com alunos do ensino fundamental e médio**. 2003. 278 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.

GALBRAITH, P., H. HENN and M. Niss (eds.) (2007), **Modelling and Applications in Mathematics Education**, Springer US, Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>>.

GASPARIN, J. L. **Motivar para aprendizagem significativa**. *Jornal Mundo Jovem*. Porto Alegre, n. 314, p. 8, mar. 2001.

GEERTZ, C. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1989.

GERSTING, Judith L. **Fundamentos Matemáticos para a Ciência da Computação**. 3. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1995.

GILBERT, J.K. e BOULTER, C.J. **Stretching models too far**. *Annual Meeting of the American Educational Research Association*. Anais... San Francisco, 1995.

GONÇALVES, José Lafayette de Oliveira. **Raciocínio heurístico e a resolução de problemas**. *REUNI – Revista Unijales*, n. 1, v. 1, ano I, 2006. Disponível em: <<http://www.reuni.pro.br>>.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física, v. I**. 9.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

HIEBERT, J. & CARPENTER, T. P. **Learning and teaching with understanding**. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-100). New York: Simon & Schuster Macmillan, 1992.

IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Coordenação de Pesquisas por Amostra de Domicílios. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua** 2022. Rio de Janeiro, 2023. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/biblioteca-catalogo?view=detalhes&id=2102002>. Acesso em agosto de 2023.

JOKURA, Tiago. **Como surgiu a numeração dos sapatos?** Superinteressante, 2018. Disponível em <<https://super.abril.com.br/mundo-estranho/como-surgiu-a-numeracao-dos-sapatos>>.

MELO, Julio. **O paradigma da investigação qualitativa e a forma de garantir a validade e a fidelidade nos estudos científicos de natureza qualitativa**. ID on line REVISTA DE

PSICOLOGIA 14 52 (2020): 549-557. <http://dx.doi.org/10.14295/online.v14i52.2730>.
10.14295/online.v14i52.2730

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **The International Journal on Mathematics Education**, London, v. 38, n. 3, p. 302 - 310, 2006. Disponível em: <<https://bit.ly/3cVk3wy>>. Acesso em novembro de 2020.

KALLRATH, Josef. **Modeling Languages in Mathematical Optimization**. Dept. of Astronomy, Univ. of Florida, Gainesville. Kluwer Academic Publishers. 2004. Disponível em: <<https://vdoc.pub/download/modeling-languages-in-mathematical-optimization-5fugoshcqdq0>>. Acesso em agosto de 2022.

KANT, Immanuel. **Resposta à Pergunta: Que é “Esclarecimento” [“Aufklärung”]?** In: Immanuel Kant. Textos Seletos. Edição bilingue. Tradução de Floriano de Souza Fernandes. 2ª ed. Petrópolis: Vozes, 1985. p. 100-117.

KOMAR, Marcelo Fabricio Chociai. **Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no ensino fundamental: ações e interações**. 2017. 128 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - Mestrado Profissional) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava - PR.

KLÜBER, T. E; BURAK, D. **Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34. 2008.

KUHN, Thomas S. **A estrutura das revoluções científicas**. 5. ed. São Paulo: Perspectiva, 1998. P. 257.

LIBÂNEO, J. C. Didática. São Paulo: Cortez, 2017. E-book.

LIMA, E. L. (editor) **Exame de Textos: análise de livros de Matemática para o Ensino Médio**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001.

MARTINS, J. S. **Situações práticas de ensino e aprendizagem significativa**. 1ª ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

MORGAN, D. L. **The Focus Group Guidebook**. Thousand Oaks: Sage, 1998.

MORIN, Edgar. Os sete saberes necessários à educação do futuro. São Paulo: Cortez, 2006.

MORAN, José Manuel, MASETTO, Marcos & BEHRENS, Marilda. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 12ª ed. São Paulo: Papirus, 2006.

MORAN, José Manuel. **A educação que desejamos novos desafios e como chegar lá**. Campinas: Papirus, 2007.

_____. **Educação e Tecnologias: Mudar para valer!** Caderno Temático: Educação e Tecnologias... na perspectiva da gestão escolar. Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE), 2008. Universidade Estadual de Londrina, UEL.

MOREIRA, A. F., Pedrosa, J. G., & Pontelo, I. (2011). **O conceito de atividade e suas possibilidades na interpretação de práticas educativas**. *Revista Ensaio*, 13(3), 13-29.

NISS, M., BLUM, W., & GALBRAITH, P. (2007). **Modelling and applications in mathematics education** (pp. 3–32). New York: Springer.

NISS, M. and T. H. JENSEN (2002), **Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark**, Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie, No. 18, Ministry of Education, Copenhagen, <http://pub.uvm.dk/2002/kom/>.

NISS, M. (2003), **Mathematical Competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project**, in Gagatsis A. and S. Papastavridis (eds.), 3rd Mediterranean Conference on Mathematics Education, The Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society, Athens, pp. 115-124, http://w3.msi.vxu.se/users/hso/aaa_niss.pdf.

NISS, M., W. BLUM and P. GALBRAITH (2007), **Introduction**, in Blum, W., P. Galbraith, H.-W. Henn and M. Niss (eds.), **Modelling and Applications in Mathematics Education** (The 14th ICMI Study), Springer, New York, pp. 3-32.

NISS, M. and T. HØJGAARD (eds.) (2011), **Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark**, Ministry of Education, Report No. 485, Roskilde University, Roskilde. Disponível em: <https://pure.au.dk/portal/files/41669781/THJ11_MN_KOM_in_english.pdf>. Acesso em outubro de 2022.

NÓBRIGA, J. C.; ARAÚJO, L. C. L. de. **Aprendendo Matemática com o geogebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston (VA): The National Council of Teachers of Mathematics, Inc., 2000.

ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT (OECD). **Brazil - Country Note - PISA 2018 Results**. OECD 2019, Volumes I-III. Disponível em: <https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_BRA.pdf>. Acesso em outubro de 2022.

OECD (2003), **The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills**, PISA, OECD Publishing.

OECD (2004), **The PISA 2003 Assessment Framework**, OECD Publishing, Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1787/9789264101739-en>>. Acesso em outubro de 2022.

_____. **Learning for Tomorrow's World: First results from PISA 2003**. PISA (2004), OECD Publishing. Disponível em: <11nq.com/MLFN3>. Acesso em agosto de 2022.

ORGANIZAÇÃO PARA COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO. **Programme for International Student Assessment – Pisa 2003. Technical report**. [S.l.]: OCDE, 2005. Disponível em:<11nq.com/fpt1D>. Acesso em janeiro de 2022..

_____. **PISA 2022 mathematics framework**. Novembro de 2018. Disponível em: <<https://pisa2022-maths.oecd.org/index.html#Twenty-First-Century-Skills>>. Acesso em agosto de 2022.

OECD (2013), **PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy**, OECD Publishing. Disponível em: <11nq.com/Z0qOD>. Acesso em agosto de 2022.

ORTIGÃO, M. I. R.; AGUILAR JÚNIOR, C. A.; MOREIRA, G. E. **Pisa 2012 e Avaliação em Educação Matemática: análise dos itens públicos da subárea Mudanças e relações**. Revista de Educação Matemática, v. 19, p. e022035, 10 jun. 2022.

PACHECO, M. B., & ANDREIS, G. S. L. (2018). **Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio**. Revista Principia - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB, 1(38), 105. DOI: 10.18265/1517-03062015v1n38p105-119.

PAIVA, T. Y. **Aprendizagem Ativa e Colaborativa: uma proposta de uso de metodologias ativas no ensino de Matemática**. 2016. Dissertação (Mestrado – Mestrado Profissional em Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade de Brasília, Brasília.

PEREIRA, C. M. M. da C.; MOREIRA, G. E. **Brasil no Pisa 2003 e 2012: os estudantes e a Matemática**. Cadernos de Pesquisa, São Paulo, v. 50, n. 176, p. 475–493, 2020. Disponível em: <<https://publicacoes.fcc.org.br/cp/article/view/6627>>. Acesso em setembro de 2022.

PLATÃO. **A República**. Tradução de Enrico Corvisieri. São Paulo: Nova Cultural, 2004. (Col. Os pensadores).

PONTE, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Greda, A., Guimarães, F., Sousa, H., et al. (2007). **Programa de Matemática do ensino básico**. Lisboa: Ministério da Educação.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POLLAK, H. **How can we teach applications of mathematics?** Educational Studies in Mathematics 2(2/3), 393–404, 1969.

_____. **The interaction between mathematics and other school subjects**. In UNESCO (Eds.), *New Trends in Mathematics Teaching IV*, (pp. 232–248). Paris, 1979.

_____. **Mathematical Modelling - a Conversation with Henry Pollak**. In: Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H.W., Niss, M. (eds) *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New ICMI Study Series, vol 10. Springer, Boston, MA, 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_9>. Acesso em setembro de 2022.

PORTAL QEDU. Disponível em: <<http://cdn.novo.qedu.org.br/escola/52020860-colegio-estadual-castelo-branco/aprendizado>>. Acesso em dezembro de 2021.

REBOUL, O. **O que é aprender**. Coimbra: Livraria Almedina, 1982.

RICARDO, Elio C.; ZYLBERSZTAJN, Arden. **Os Parâmetros Curriculares Nacionais para as Ciências do Ensino Médio: uma análise a partir da visão de seus elaboradores.** Investigações em Ensino de Ciências. Porto Alegre – Instituto de Física da UFRGS, v.13, n.3, pp.257-274, 2008.

RODRIGUES, Nuno Álvaro Ferreira. **Heuristics in problem solving for the teaching and learning of mathematics.** Faculty of Psychology and Educational Sciences, University of Coimbra, 2015.

RODRIGUES, M. U.; BRITO, A. J.; GONÇALVES, W. V. (Organizadores). **Projetos de Modelagem Matemática para os Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.** Curitiba: CRV, 2021.

ROSA, Carlos Augusto de Proença. **História da ciência: a ciência moderna /** Carlos Augusto de Proença. — 2. ed. — Brasília: FUNAG, 2012.

SALOMON, G. (Ed.) **Distributed cognitions. Psychological and educational considerations.** Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

SANCHEZ, Jesús Nicasio Garcia. **Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica.** Porto Alegre: Artmed, 2004.

SAUAIA, A. C. A. Notas de Orientação de mestrado. Programa de Pós-graduação em Administração. FEA/USP/SP, 2003.

SANTOS, Milton. **Espaço e método.** São Paulo: Nobel, 1997.

SANTOS, F. H., Silva, P. A., Ribeiro, F. S., Dias, A. L. R. P., Frigério, M. C., Dellatolas, G., & Aster, M. V. (2012). **Number processing and calculation in Brazilian Children Aged 7-12 years.** The Spanish Journal of Psychology, 15(2), 513-525.

SANTOS, J. A., Vieira, K., & dos Santos, F. L. S. B. (2007). **Dificuldades na Aprendizagem de Matemática.** Centro Universitário Adventista de São Paulo, Campus São Paulo, Curso de Licenciatura em Matemática. São Paulo.

SAVIANI, Dermeval, 1944 - **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações.** 11.ed.rev.— Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

SILVA FS, CATELLI F. **Os modelos na ciência: traços da evolução histórico-epistemológica.** Rev Bras Ensino Fis 2019; 41:4.

SLINGERLAND, Rudy; KUMP, Lee. **Modeling and Mathematical Concepts.** In: Mathematical Modeling of Earth's Dynamical Systems: A Primer, STU-Student edition., 1–22. Princeton University Press, 2011.

TAVARES, Romero. **Aprendizagem significativa, codificação dual e objetos de aprendizagem.** Revista Brasileira de Informática na Educação, v. 18, n. 2, 2010.

TORTOLA, Emerson; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de. **Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental**. Rev. bras. Estud. pedagog. (online), Brasília, v. 94, n. 237, p. 619-642, maio/ago. 2013.

Vorhölter, K., Greefrath, G., Borromeo Ferri, R., Leiß, D., Schukajlow, S. (2019). Mathematical Modelling. In: Jahnke, H., Hefendehl-Hebeker, L. (eds) **Traditions in German-Speaking Mathematics Education Research**. ICME-13 Monographs. Springer. Disponível em:<https://doi.org/10.1007/978-3-030-11069-7_4>. Acesso em agosto de 2022.

9. ANEXOS

9.1 Anexo 1: Termo de Assentimento Livre Esclarecido.

UNIDADE ESCOLAR 52020860 - Castelo Branco

ANO LETIVO 3ºA - 2023

PROFESSOR RESPONSÁVEL Lucas Emanuel Pereira

Eu, Lucas Emanuel Pereira convido você a participar do estudo sobre Modelagem Matemática. Informamos que seu pai/mãe ou responsável legal permitiu a sua participação. Pretendo saber qual o impacto do uso da Modelagem Matemática nas aulas ordinárias como metodologia para fortalecer a aprendizagem dos alunos da 3ª Série A do Ensino Médio na Escola Estadual Castelo Branco.

Gostaria muito de contar com você, mas você não é obrigado a participar e não tem problema se desistir. Outros adolescentes participantes desta pesquisa tem de 16 anos de idade a 18 anos de idade. A pesquisa será feita nas dependências e adjacências da Escola Estadual Castelo Branco, onde os participantes realizarão ações que envolvem medição e registro escrito. Para isso, será usado fitas de medição, trenas a *laser*, que é considerado (a) seguro (a), mas é possível ocorrer (riscos mínimos/previsíveis.).

Caso aconteça algo errado, você, seus pais ou responsáveis poderá(ão) nos procurar pelos contatos que estão no final do texto. A sua participação é importante como forma de testar a validade do uso da Modelagem Matemática como forma de melhorar a qualidade das aulas e permitir maior envolvimento na aprendizagem. As suas informações ficarão sob sigilo, ninguém saberá que você está participando da pesquisa; não falaremos a outras pessoas, nem daremos a estranhos as informações que você nos der. Os resultados da pesquisa serão publicados na forma dissertativa, mas sem identificar (dados pessoais, vídeos, imagens e áudios de gravações) dos participantes.

Eu _____ aceito participar da pesquisa em Modelagem matemática. Entendi as coisas ruins e as coisas boas que podem acontecer. Entendi que posso dizer “sim” e participar, mas que, a qualquer momento, posso dizer “não” e desistir e que ninguém vai ficar com raiva/chateado comigo.

O pesquisador esclareceu minhas dúvidas e conversaram com os meus pais/responsável legal. Recebi uma cópia deste termo de assentimento, li e quero/concordo em participar da pesquisa/estudo.

_____, ____ de _____ de 2023.

Assinatura do Menor

Assinatura do Pesquisador Responsável

9.2 Anexo 2: Questionário 1.

NOME DO ALUNO _____

UNIDADE ESCOLAR 52020860 - Castelo Branco

ANO LETIVO 3ª A - 2023

PROFESSOR RESPONSÁVEL Lucas Emanuel Pereira

Caro estudante

Este questionário é parte integrante de um trabalho de pesquisa conduzido pelo mestrando Lucas Emanuel Pereira sob a orientação do prof. Dr. Roberto Barcelos de Souza. Ele visa compreender as concepções dos alunos em relação à Matemática que permitam compor situações de ensino orientadas por meio da Modelagem Matemática de forma significativa na construção dos conhecimentos dos alunos do ensino médio. Pedimos sua atenção ao responder as perguntas.

Desde já obrigado!

QUESTIONÁRIO I. SOBRE A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA**1. Você já foi reprovado alguma vez em matemática no programa escolar?**

- Sim - Em qual(ais) série(s)? _____ - Essa reprovação influenciou sua relação com a matemática? Sim
- Não Não

2. Você classifica sua prática em aprender a disciplina de Matemática?

- fácil;
- razoavelmente fácil, uma vez que requer pouco estudo;
- difícil, sempre encontrei dificuldades em Matemática;
- muito difícil, pois sempre me dei muito mal em Matemática.

3. Na sua opinião, qual motivo de sua dificuldade em aprender o componente curricular de matemática?

(numere de 1 a 3 alternativas)

- Tabuada de de multiplicação de números naturais;
- As operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) entre números inteiros (positivo e negativo);
- Extração de raízes e resolução de potências com números naturais;
- Expressões numéricas em \mathbb{Z} ;
- As equações algébricas (envolvendo incógnitas);
- As fórmulas (modelos matemáticos algébricos).

4. O que você espera com as aulas de matemática? (numere de 1 a 2 alternativas)

- Ser preparado para ingressar na universidade;
- Ser preparado para no futuro ter uma profissão;
- Ser preparado para aprender coisas práticas para o seu dia a dia;
- Apresentar habilidades básicas em matemática compatíveis com um aluno do ensino médio;
- Outro _____.

5. Como você gostaria que a matemática fosse ensinada em sala de aula? (numere de 1 a 4 alternativas)

- Não necessita de mudanças. Do jeito que é ensinada está ótimo;
- Com aulas mais dinâmicas e interativas;
- Com mais exercícios resolvidos em sala pelo professor;

- Com uso menor do quadro branco e mais possibilidades de pesquisa e autonomia;
- Usando o livro didático mais vezes, com leituras coletivas;
- Com projetos que articulem aulas práticas envolvendo problemas do cotidiano;
- Com maior uso da tecnologia.

6. Você considera a matemática uma disciplina importante para sua formação escolar?

- Sim - Por qual motivo? _____
- Não _____

7. Você considera que a forma que a matemática foi ensinada à você na escola, ao longo dos anos, é relevante para sua formação pessoal?

- Sim - Por qual motivo? _____
- Não _____

8. Durante as aulas de matemática, o(s) seu(s) professor(es), de maneira geral, dedicam maior tempo a:
(numere de 1 a 3 alternativas)

- Explicar um assunto novo da disciplina;
- Fazer leitura do livro didático em grupo;
- Acompanhar suas tarefas sobre o conteúdo ensinado;
- Esclarecer suas dúvidas durante a aula expositiva;
- Fazer revisão dos conteúdos trabalhados em sala de aula;
- Corrigir as atividades passadas em sala;
- Ocioso, realizando ações que não estão sintonizados com os objetivos da aula;
- Outro _____.

9. Em relação a qualidade das aulas dos professores de matemática que você já teve até hoje, na sua opinião:
(numere de 1 a 2 alternativas)

- A maioria explicava mal e tinha pouco conhecimento sobre a matéria;
- A maioria explicava sabia o conteúdo, mas explicava mal;
- A maioria explicava bem e tinha bom conhecimento da disciplina;
- A maioria não usava metodologias de ensino diferenciadas (com dinâmicas, tecnologia, projetos, etc.);
- Alguns usavam metodologias de ensino diferenciadas (com dinâmicas, tecnologia, projetos, etc.).

10. Em relação aos professores de matemática que você já teve até hoje, na sua opinião:
(numere de 1 a 2 alternativas)

- Nunca tive nenhum professor como “modelo” profissional e de incentivo cultural científico;
- Já tive professor(es) como “modelo” profissional e de incentivo cultural científico;
- Algum professor já me serviu como inspiração para realizar graduação em matemática ou áreas afins devido a seus métodos criativos e eficientes de ensino da matemática;
- Sempre tive uma relação indiferente com meus professores de matemática.

Fim do questionário. Obrigado pela sua participação.

9.3 Anexo 3: Questionário 2.

NOME DO ALUNO _____

UNIDADE ESCOLAR 52020860 - Castelo Branco

ANO LETIVO 3ºA - 2023

PROFESSOR RESPONSÁVEL Lucas Emanuel Pereira

Caro estudante

Este questionário é parte integrante de um trabalho de pesquisa conduzido pelo mestrando Lucas Emanuel Pereira sob a orientação do prof. Dr. Roberto Barcelos de Souza. Ele visa compreender as concepções dos alunos em relação à Matemática que permitam compor situações de ensino orientadas por meio da Modelagem Matemática de forma significativa na construção dos conhecimentos dos alunos do ensino médio. Pedimos sua atenção ao responder as perguntas.

Desde já obrigado!

QUESTIONÁRIO II. SOBRE AS METODOLOGIAS DE ENSINO DA MATEMÁTICA

1. Em relação as aulas de matemática, marque a alternativa da metodologia de ensino que algum de seus professores tenha utilizado em sala de aula:

(numere de 1 a 3 alternativas)

- Aula expositiva e dialogada, seja no quadro, ou com *slides* sobre o conteúdo apresentados em tela;
- Resolução de situações problemas envolvendo o cotidiano;
- Etnomatemática;
- História da matemática;
- Modelagem matemática;
- Jogos manuais ou virtuais durante a aula;
- Aula por investigação de um problema de natureza científica;
- Nenhum dos anteriores;
- Outro _____.

2. Quando se lê a frase “modelo matemático”, em qual das ideias abaixo você faz associação?

(numere de 1 a 3 alternativas)

- Croqui;
- Planta de uma construção;
- Mapa geográfico;
- Equação algébrica;
- Maquete;
- Fórmula matemática;
- Uma lei de função;
- Uma região geométrica delimitada por um polígono;
- Gráfico no plano cartesiano ortogonal.

3. Na sua opinião, o uso da tecnologia (computador, calculadoras, aplicativos de celular, etc.) podem ajudar a:

(numere de 1 a 3 alternativas)

- A tecnologia não contribui com a aprendizagem em matemática em sala de aula;

- Criar esboços do problema enunciado das atividades em matemática, que ilustrem melhor os dados apresentados;
- Exboçar um gráfico no plano cartesiano ortogonal;
- Simplificar cálculos demorados e complexos;
- Pesquisar formas alternativas de resolver um problema matemático;
- Tornar o aluno mais dependente da tecnologia e menos capaz de habilidades que envolvam cálculo mental.

4. Você conhece algum aplicativo no *smatphone* (iOS ou Android) ou computador que envolva habilidades em matemática?

- Sim - Qual(ais)? _____
- Não _____

5. Na sua opinião, aprender matemática é uma questão de:

(numere de 1 a 3 alternativas)

- Ter aptidão para os cálculos;
- Muito treino e frequente revisão dos conceitos presentes na teoria matemática;
- Mera qualidade de ensino do professor;
- A leitura frequente do livro didático já é suficiente para uma aprendizagem otimizada;
- Inteligência, pois a maioria das pessoas não tem suficiência para aprender matemática;
- Metodologia de ensino ativa, permitindo a aluno sempre por a “mão na massa” de forma protagonista;
- Eu nunca aprenderei matemática de forma satisfatória, pois ela não entra na minha cabeça;
- Não sei avaliar a questão.

1

PL 2.1a

6. Assinale com um “X” cada uma das frases sobre o que é a matemática? segundo seu grau de acordo/desacordo, numa escala entre 1 (discordo em absoluto) e 5 (concordo plenamente):

AFIRMAÇÕES	1	2	3	4	5
• A matemática é uma linguagem;					
• A matemática é uma ciência milenar baseada em axiomas, proposições e teoremas;					
• A matemática é um “mal necessário” para evoluir na carreira escolar (migrar de série);					
• A matemática quase não faz parte do dia a dia do cidadão;					
• Consigo passar bem no meu dia a dia sem aprender matemática;					
• A matemática pouco ajuna no exercício da cidadania;					
• Só os melhores alunos são capazes de aprender matemática;					
• A matemática serve para fazer cálculos;					
• Saber matemática é apenas saber “fazer contas”;					
• É impossível para mim aprender matemática;					
• A matemática serve para resolver problemas;					
• Criar modelos geométricos ou algébricos ajudam a equacionar problemas do mundo das profissões.					

7. Deixe observações, dicas e comentários que possam ajudar a identificar problemas e aperfeiçoar as aulas de matemática.

Fim do questionário. Obrigado pela sua participação.

9.4 Anexo 4: Questionário 3.

NOME DO ALUNO _____

UNIDADE ESCOLAR 52020860 - Castelo Branco

ANO LETIVO 3ºA - 2023

PROFESSOR RESPONSÁVEL Lucas Emanuel Pereira

Caro estudante

Este questionário é parte integrante de um trabalho de pesquisa conduzido pelo mestrando Lucas Emanuel Pereira sob a orientação do prof. Dr. Roberto Barcelos de Souza. Ele visa compreender as concepções dos alunos em relação à Matemática que permitam compor situações de ensino orientadas por meio da Modelagem Matemática de forma significativa na construção dos conhecimentos dos alunos do ensino médio. Pedimos sua atenção ao responder as perguntas.

Desde já obrigado!

QUESTIONÁRIO III. SOBRE A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA**A) QUALIDADE DAS AULAS DE MATEMÁTICA NA ESCOLA:**

a) Como você avalia a qualidade das aulas de matemática na sua escola?

- _____
- _____
- _____

b) Quais são os principais pontos positivos das aulas de matemática na sua escola?

- _____
- _____
- _____

c) Quais são os principais pontos negativos das aulas de matemática na sua escola?

- _____
- _____
- _____

d) Você sente que os conteúdos são apresentados de forma clara durante as aulas de matemática?

- _____
- _____
- _____

e) Como você descreveria a participação dos alunos durante as aulas de matemática?

- _____
- _____
- _____

f) Quais estratégias você acha que poderiam ser adotadas para melhorar o ensino da matemática na sua escola?

- _____
- _____
- _____

g) Você acredita que a utilização de recursos tecnológicos poderia beneficiar as aulas de matemática? Por quê?

- _____
- _____
- _____

1

página

B) MATEMÁTICA APLICADA NO COTIDIANO DO ALUNO:

a) Você consegue identificar exemplos de situações cotidianas em que a matemática está presente?

- _____
- _____
- _____

b) Como você acha que a matemática pode ser útil na sua vida diária fora da escola?

- _____
- _____
- _____

- c) Você acredita que a matemática pode ajudar na resolução de problemas do mundo real? Dê exemplos.
- _____
 - _____
 - _____
- d) Quais habilidades matemáticas você acredita que são necessárias para lidar com questões financeiras pessoais?
- _____
 - _____
 - _____
- e) Como a matemática pode ser aplicada na interpretação de dados e estatísticas presentes em notícias?
- _____
 - _____
 - _____
- f) Quais são as principais dificuldades que você enfrenta ao tentar aplicar a matemática no cotidiano?
- _____
 - _____
 - _____
- g) Na sua opinião, quais são as áreas do cotidiano em que a matemática poderia ser mais explorada?
- _____
 - _____
 - _____

C) LUGARES OU SITUAÇÕES DO COTIDIANO QUE OS ALUNOS TÊM INTERESSE DE SER APLICADO A MATEMÁTICA:

- a) Em que lugares ou situações do cotidiano você gostaria de ver a matemática sendo aplicada?
- _____
 - _____
 - _____
- b) Como você acha que a aplicação da matemática nesses lugares ou situações poderia ser interessante ou útil?
- _____
 - _____
 - _____
- c) Quais habilidades matemáticas você acredita que seriam necessárias para lidar com essas situações?
- _____
 - _____
 - _____
- d) Na sua opinião, como os professores poderiam incorporar esses lugares ou situações nas aulas de matemática?
- _____
 - _____
 - _____
- e) Você acredita que explorar a matemática em situações do cotidiano poderia tornar a aprendizagem mais interessante? Por quê?
- _____
 - _____
 - _____
- f) Quais são os principais desafios que você enxerga ao tentar aplicar a matemática em contextos reais?
- _____
 - _____
 - _____
- g) Como você acha que os alunos poderiam ser envolvidos de forma mais participativa nesse tipo de abordagem?
- _____
 - _____
 - _____

9.5 Anexo 5: Questionário 4.

NOME DO ALUNO _____

UNIDADE ESCOLAR 52020860 - Castelo Branco

ANO LETIVO 3ºA - 2023

PROFESSOR RESPONSÁVEL Lucas Emanuel Pereira

Caro estudante

Este questionário é parte integrante de um trabalho de pesquisa conduzido pelo mestrando Lucas Emanuel Pereira sob a orientação do prof. Dr. Roberto Barcelos de Souza. Ele visa compreender as concepções dos alunos em relação à Matemática que permitam compor situações de ensino orientadas por meio da Modelagem Matemática de forma significativa na construção dos conhecimentos dos alunos do ensino médio. Pedimos sua atenção ao responder as perguntas.

Desde já obrigado!

QUESTIONÁRIO IV. SOBRE A APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA**I. CONHECIMENTO E COMPREENSÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA**

- a) Você já conhecia a modelagem matemática antes dela ser abordada no projeto aplicado na escola?

- b) Após o projeto, qual seu conceito sobre modelagem matemática?

- c) A modelagem matemática influenciou sua percepção sobre a Matemática?

II. APRENDIZAGEM DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS

- a) Como as atividades de modelagem matemática influenciaram os conteúdos estudados por você na escola?

- b) Na sua opinião, as atividades de modelagem matemática contribuíram para uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos? Explique.

III. HABILIDADES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

- a) As atividades de modelagem matemática favoreceram suas habilidades de resolução de problemas? Se sim, de que maneira?

- b) Cite algum aspecto que que considere interessante envolvendo as atividades de modelagem matemática durante o projeto?

- c) Alguma das atividades de modelagem matemática te desafiou? Como você abordou esse desafio?

IV. APLICAÇÃO DOS CONHECIMENTOS EM SITUAÇÕES DO MUNDO REAL

- a) Como você enxerga a aplicação dos conhecimentos adquiridos por meio das atividades aplicadas em situações do mundo real?

V. MOTIVAÇÃO E ENVOLVIMENTO EM RELAÇÃO À MATEMÁTICA

a) Houve maior motivação para você estudar matemática após participação das atividades de modelagem? Por quê?

b) Você gostaria de ver mais atividades de modelagem matemática incorporadas ao currículo escolar? Por quê?

c) Você compartilhou o que aprendeu com as atividades de modelagem matemática com amigos ou familiares? Se sim, qual foi a reação deles?

d) Nas aulas tradicionais, você considera sua participação ativa (envolvido com objetivos da aula, concentrado, curioso, participativo e disponível para o trabalho em equipe)? E nas atividades de modelagem matemática, como você avaliaria sua participação?
